नन्हे-मुन्नों के लिए

ज्यामिति

व्ला. झितोमिर्स्की

ले. शेवरिन

मीर प्रकाशन मास्को

नन्हे-मुन्नों के लिए

ज्यामिति

व्ला. फ़ितोमिस्की
ले. शेवरिन

नन्हे-मुन्नों के लिए

व्ला. फितोमिस्की
ले. शेवरिन

मीर प्रकाशन, मास्को

ज्यामिति

अनुवादकः रमीन्द्र पाल सिंह

В. Г. Житомирский, Л. Н. Шеврин

ГЕОМЕТРИЯ ДЛЯ МАЛЫШЕЙ

Издательство “Педагогика”
Москва

L. N. Shevrin,
V. G. Zhitomirsky

“Let's play geometry”

На языке хинди

सोवियत संघ में मुद्रित

भूमिका

उन माता-पिता, दादी-दादा, नानी-नाना तथा अन्य सब लोगों के लिये, जो यह पुस्तक बच्चों को पढ़कर सुनायेंगे।

हमने इस पुस्तक की भूमिका लिखनी तब शुरू की, जब हम इसके अंतिम पृष्ठ लिख चुके थे।

जो कोई भी इस पुस्तक को बच्चों के साथ बैठकर पढ़ेगा उसकी सुविधा के लिये हम इसके अध्ययन का तरीका बताना चाहेंगे ताकि बच्चों को पुस्तक आसानी से समझायी जा सके। यह ध्यान में रखते हुए पुस्तक लिखते समय हम सभी मुख्य बातों को अलग से लिखते रहे। इस कार्य के लिये हमने अलग से एक कापी बनायी जिसका नाम रखा "भूमिका संबंधी विचार"। पुस्तक लिखने के बाद जब हमने इस कापी को शुरू से आखिर तक पढ़ा तो महसूस किया कि विशेष भूमिका विस्तार से लिखने की कोई आवश्यकता नहीं है। भूमिका संबंधी अपने विचारों को ज्यों का त्यों प्रस्तुत कर देना ही पर्याप्त होगा। तो ये हैं हमारे मुख्य विचार:

1 पुस्तक 6 से 8 साल की आयु के बच्चों के लिये लिखी गयी है। परंतु इससे कम या अधिक आयु के बच्चों के लिये भी यह रोचक सिद्ध होगी।

2 पुस्तक के उपयोग के निम्न तरीके हो सकते हैं: इसे परिवार में इकट्ठे बैठकर पढ़ा जा सकता है, नर्सरी स्कूलों में सहायक पुस्तक के रूप में तथा पहली-दूसरी कक्षा के बच्चों को घर पर ज्यामिति पढ़ाने के लिये इसका प्रयोग किया जा सकता है।

3 यह कोई पाठ्य-पुस्तक नहीं है। इसमें ज्यामिति के किन्हीं अध्यायों का क्रमबद्ध तथा पूर्ण वर्णन नहीं दिया गया है। पुस्तक का उद्देश्य सरल तथा मनोरंजक ढंग से बच्चों को ज्यामिति की मूलभूत धारणाओं से परिचित कराना तथा अपने चारों ओर बिखरी ज्यामितिक आकृतियां पहचानना सिखाना है।

4 वर्णन की सरलता के बावजूद पुस्तक में कुछ गंभीर वैज्ञानिक तथ्य भी दिये गये हैं। इसलिये बड़ों को काफी सूझ-बूझ के साथ इसका उपयोग करना होगा। जो बातें बच्चों की समझ में न आयें उन्हें अधिक विस्तार से अपने शब्दों में समझाइये, चित्रों एवं आकृतियों की सहायता से खास-खास बातों की ओर बच्चों का ध्यान दिलाइये।

5 चूंकि पुस्तक में लिखी बहुत सारी बातें बच्चों के लिये बिल्कुल नयी हैं इसलिये पुस्तक को धीरे-धीरे पढ़कर सुनाना चाहिये। बच्चे को हर बार केवल उतनी ही बातें समझायें जितनी वह आसानी से समझ सके। पाठ कितना बड़ा हो इस बात का निश्चय बच्चे की क्षमता के अनुसार करें। हमारे विचार में प्रतिदिन 30 या 40 मिनट से अधिक न पढ़ायें, विशेषत: जब पढ़नेवाले बच्चों की संख्या एक से अधिक हो।

6 प्रत्येक नया पारिभाषिक शब्द अगर प्रथम बार प्रयोग किया गया है तो उसको लाल अक्षरों में लिखा गया है। जब भी ऐसा शब्द सामने आये बच्चे का उसकी ओर ध्यान आकर्षित करें और उसको तब तक दोहरायें जब तक कि बच्चा उसको पूरी तरह से न समझ जाये। अगर बच्चा नये शब्दों व परिभाषाओं को तुरंत न समझ पाये तो हताश न हों। यह देखना चाहिये कि बच्चा आपकी बातें ध्यान से सुन रहा है या नहीं।

7 हर बार नया पाठ शुरू करने से पहले पुराने पाठ को दोहरायें, उसकी मुख्य बातें व उसमें दी गई परिभाषाओं को भी दोहरायें।

8 पाठों में बच्चों को संबोधित करके जो बातें लिखी गयी हैं और जो अभ्यास दिये गये हैं वे बहुत महत्त्वपूर्ण भूमिका निभाते हैं। उनकी सहायता से बच्चा पुस्तक के गणितीय अंतर्य को गहराई से समझ पायेगा और वह गणित संबंधी कुछ कार्य करना सीखेगा। बच्चों से पूछे गये प्रश्नों का वे अवश्य उत्तर दें तथा उन्हें बताये गये प्रयोग करें।

9 पाठ के अंत में दिये गये अभ्यासों में से कुछ पाठ के बीच में दिये गये अभ्यासों से कहीं अधिक कठिन हैं। इनमें से कुछ अभ्यासों में तो काफी नयी बातें भी शामिल की गयी हैं। इसलिये बड़ों को स्वयं यह देखना होगा कि बच्चे ये अभ्यास कर सकते हैं या नहीं। बच्चे पर इस बात के लिये जोर न डालें कि वह सारे के सारे अभ्यास करे, खास तौर पर जब आप देखें कि उसकी इच्छा नहीं हो रही है।

10 पाठों के लिये रंगीन पेंसिलों, कागज, पैमाने, कैंची, परकार, प्लास्टीलीन की आवश्यकता पड़ेगी। यह सब चीजें पहले से ही तैयार रखें और आवश्यकतानुसार उनका प्रयोग करें।

11 अगर बच्चे अधिक संख्या में हैं तो उनके बीच प्रतियोगिता आयोजित कर सकते हैं, देखें कि कौनसा बच्चा आपके प्रश्न का उत्तर सबसे पहले देता है। बच्चों को स्वयं एक दूसरे को पाठ की विषय-वस्तु समझाने दीजिये। इस प्रकार के अवसरों की उपेक्षा न कीजिये।

अंत में पाठकों से हमारा एक अनुरोध है। वे हमें सूचित करें कि उन्होंने किस प्रकार इस पुस्तक का प्रयोग किया, किस आयु के बच्चों को उन्होंने यह पुस्तक पढ़ायी तथा कितने समय में पूरी की, बच्चे इसमें दी गयी परिभाषाओं तथा इसके अध्यायों को कहां तक समझ पाये। इस पुस्तक के बारे में पाठकों के विचार व सुझाव जानकर हम अनुग्रहित होंगे।

एक शहर में चार दोस्त रहते थे। एक लड़के की नाक की जगह पर पेंसिल निकली हुई थी और वह इससे लिखने का काम लेता था, इसलिये उसका नाम लिख्खू पड़ गया था। दूसरा लड़का काफी चुस्त था। उसका नाम हरफन था। तीसरे लड़के की नाक बहुत ही लंबी थी, वह हंसमुख तथा नटखटे स्वभाव का था। वह सदाखुश के नाम से मशहूर था। चौथा लड़का सिर पर फूस की बनी टोपी पहने घूमता रहता था तथा बहुत ही नासमझ था इसलिये उसको नजानूं नाम से पुकारते थे।

एक बार लिख्खू ने तीनों दोस्तों को अपने घर बुलाया और कहा:

–आओ, चलो, हम सब मिलकर ज्यामिति का अध्ययन करते हैं। इसमें बड़ा मजा आयेगा।

–चलो! –हरफन और नजानूं एकस्वर में बोल उठे।

चारों दोस्त एक मेज के चारों ओर बैठ गये।

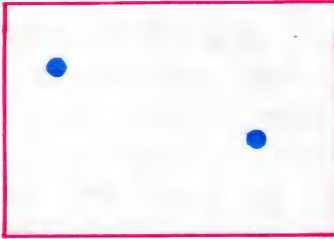
–लो, देखो– लिख्खू बोला और उसने अपनी नाकरूपी पेंसिल से मेज पर पड़े एक कागज पर एक निशान बना दिया।

—यह क्या है?

–यह एक **बिन्दु** है, –हरफन ने जवाब दिया।

–बिन्दु, नजानूं ने हरफन की बात दोहरायी।

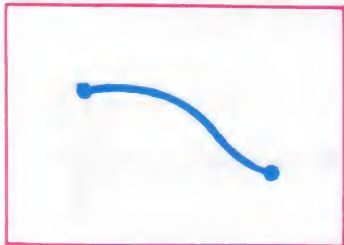
पर सदाखुश चुप रहा, उसने अपनी नाक स्याही की दवात में घुसा दी और फिर उससे तेजी से कागज पर ठोकने लगा।
—देखो, मैंने कितने सारे बिन्दु बना दिये हैं।— सदाखुश चिल्लाया।

—जल्दी मत करो,—लिख्खू ने उसको रोका और अपने कागज पर एक बिन्दु और बना दिया।
—अब मैंने दो बिन्दु बना दिये हैं।

—दो बिन्दु—नजानूं ने लिख्खू की बात दोहरायी और अपने कागज पर दो बिन्दु बना दिये।

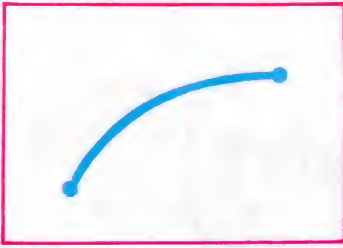
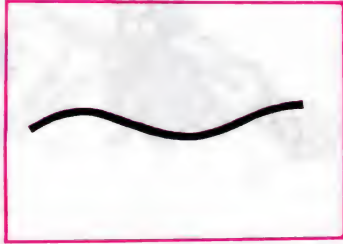
हरफन ने भी इधर अपने कागज पर दो बिन्दु बना दिये।

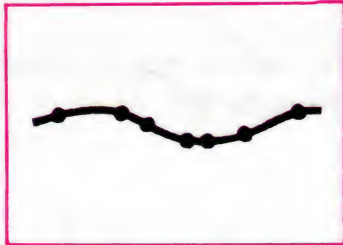
तुम भी एक कागज लेकर उसपर दो बिन्दु बनाओ।

मेरे कागज पर रहते हैं,
रहते हैं दो बिन्दु ...

उधर सदाखुश ने गाना शुरू कर दिया पर लिख्खू की गुस्से भरी नजरों को देखकर वह तुरंत चुप हो गया।

–देखो, मैं अब इन दोनों बिन्दुओं को मिलाता हूँ, –लिख्खू बोला। एक **रेखा** बन गयी है।
तुम सब भी ऐसा ही करो।

नजानूं ने बिन्दुओं को इस प्रकार मिलाया :

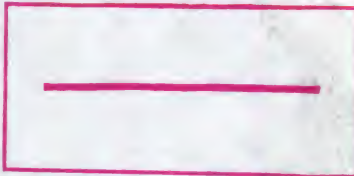
हरफन ने ऐसे :

तुम भी अपने दोनों बिन्दुओं को मिलाओ।

– बिना बिन्दुओं के क्या रेखा नहीं खींची जा सकती ? – नजानूं ने पूछा।

– क्यों नहीं, – लिख्खू ने जवाब दिया और उसने एक नयी रेखा खींच दी।

इसका मतलब यह हुआ कि यह रेखा बिंदुओं वाली है ? – इस पर नजानूं ने पूछा।

– अरे नहीं। यह रेखा बिन्दुओं से ही तो बनी है। इस रेखा में जहां चाहो, बिन्दु बना सकते हो। देखो, मैं अपनी रेखा पर कुछ बिन्दु बनाता हूँ।

तुम भी एक रेखा खींचो और थोड़े-थोड़े फासले पर उसमें कुछ बिन्दु बनाओ।

नजानूं और हरफन ने अपने-अपने कागज पर रेखायें खींचीं।

–जरा मेरी रेखाओं को भी तो देखो! – सदाखुश चिल्लाकर बोला। – तुमने तो सारा कागज ही खराब कर दिया, यह भला क्या रेखायें हैं? –हरफन सिर हिलाते हुए बोला।

–हरफन ठीक कहता है, –लिख्खू बोला। –तुम्हारी स्याही की दवात छीननी पड़ेगी। यह लो, एक लाल पेंसिल और नया कागज पकड़ो और एक रेखा खींचो। तुम जरा हरफन का कागज देखो, उसने कितनी सीधी रेखा खींची है।

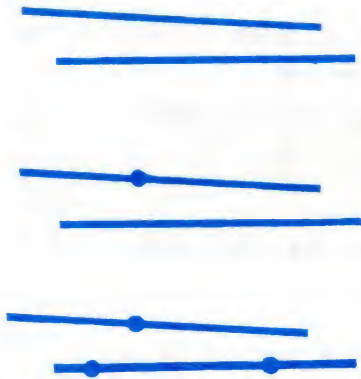
सदाखुश ने रेखा खींचने की कोशिश की।

–मुझसे तो हरफन की तरह सीधी रेखा खिंच नहीं रही है, –वह दुखी होकर बोला।

–तुम एक पैमाना ले लो, –हरफन ने उसे सलाह दी, –पैमाने को कागज पर रखकर उसके साथ-साथ पेंसिल चलाओ।

–खिंच गयी! –सदाखुश चिल्लाया। –देखो, मेरी रेखा कितनी सीधी है।

–यह एक **सरल रेखा** है, –लिख्खू ने समझाया।

खिंच गयी जी, खिंच गयी,
सरल रेखा पहली बार,
खिंच गयी जी, खिंच गयी,
सरल रेखा पहली बार।

– लाओ, मुझे भी पैमाना दो, – नजानूं बोला। – मैं भी सरल रेखायें खींचना चाहता हूँ।

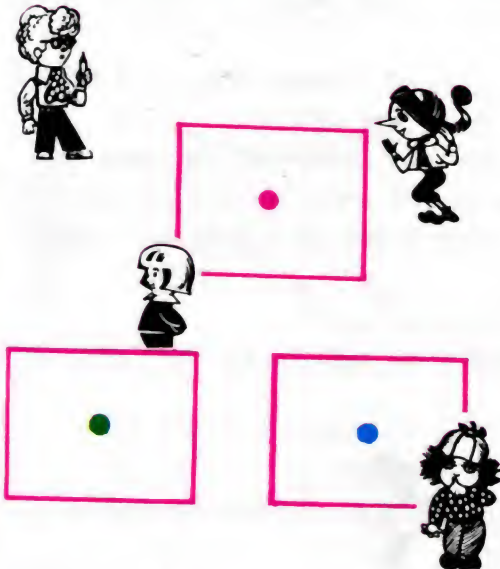
– देखो, मैंने एक नहीं, दो सरल रेखायें खींच दी हैं।

– शाबाश ! – लिख्खू ने उस की तारीफ की। – तुम **ऊपर** वाली सरल रेखा पर एक बिन्दु बनाओ।

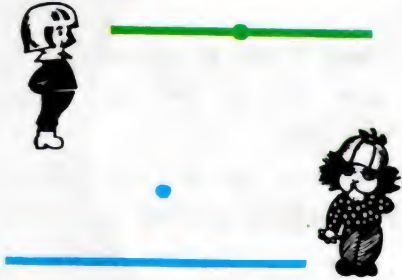
– लो, बना दिया।

– **नीचे** वाली सरल रेखा पर दो बिन्दु बनाओ।

– बना दिये, – नजानूं प्रसन्नचित्त होकर बोला।

तुम भी एक पैमाना लेकर सरल रेखायें खींचो और उनपर कुछ बिन्दु बनाओ।

– अब जो काम मैं बताऊंगा, वह मुश्किल है, – लिख्खू ने कहा। – तुम लोग बिन्दु बनाओ और फिर उस बिन्दु से गुजरती हुई एक सरल रेखा खींचो।

बिंदु बनाना आसान है, लेकिन इससे गुजरती सरल रेखा खींचना मुश्किल काम है।

हरफन ने यह काम इस प्रकार किया:

नजानूं ने सरल रेखा इस प्रकार खींची:

? बताओ, दोनों में से किसने रेखा ठीक खींची है?

सदाखुश इधर-उधर देखे जा रहा था। वह नजानूं की हंसी उड़ाने लगा हालाँकि उसने कुछ भी तो नहीं बनाया था:

– देखो तो सही, नजानूं एक सरल रेखा तक नहीं खींच सका।

– हाँ, – लिख्खू बोला। – नजानूं का बिन्दु सरल रेखा के **ऊपर** है, पर सदाखुश, तुम नजानूं की हंसी क्यों उड़ा रहे हो, तुमने तो कुछ भी नहीं बनाया। तुम बिन्दु से गुजरती हुई सरल रेखा खींच कर दिखाओ, तब जानें।

– अभी लो, – सदाखुश बोला। – मेरे लिये यह कोई मुश्किल काम नहीं है।

और उसने सरल रेखा इस प्रकार खींची:

–अब बोलो,–नजानूं खुश होता हुआ बोला,–मेरी तो हंसी उड़ा रहे थे पर खुद क्या खींच सके हो। तुम्हारा बिन्दु भी तो सरल रेखा पर नहीं है।

हरफन बोला:

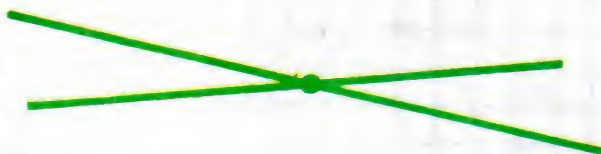
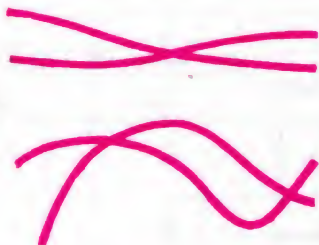
– सदाखुश, तुम्हारा बिन्दु सरल रेखा के **नीचे** है।

नजानूं और सदाखुश को फिर से सरल रेखायें खींचनी पड़ीं। इस बार उनकी सरल रेखायें इस प्रकार की थीं –

इसके बाद लिख्खू ने उन दोनों को दिखाया कि किस प्रकार दो बिन्दुओं से गुजरती हुई एक सरल रेखा खींची जा सकती है:

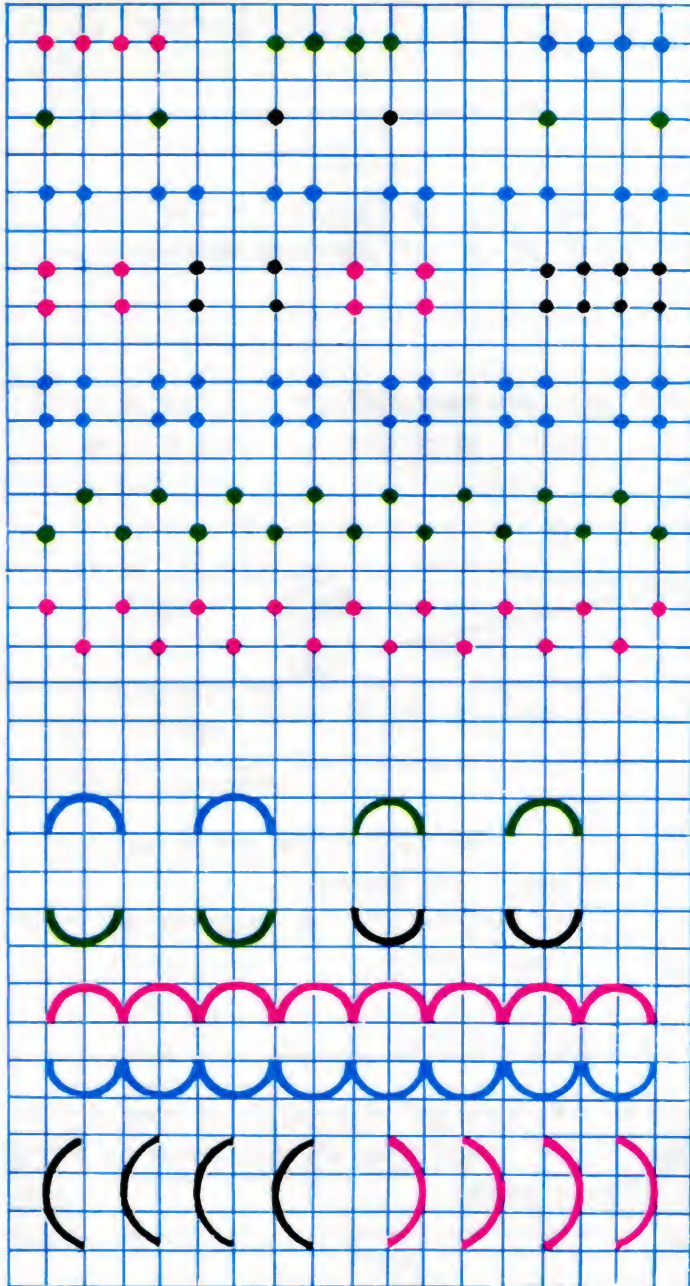
तुम भी एक बिन्दु बनाओ और उससे गुजरती हुई एक सरल रेखा खींचो। इसके बाद दो बिन्दु बनाओ और उनसे गुजरती हुई एक दूसरी सरल रेखा खींचो।

हरफन ने एक बिन्दु से गुजरती हुई दो सरल रेखाएं खींचीं और अपने दोस्तों को दिखायीं।

– यह देखो, – लिख्खू बोला। – हरफन ने जो दो सरल रेखायें खींची हैं वे **एक दूसरे को काटती हैं।**

उस बिदु को दिखाओ जहां पर ये रेखायें एक दूसरे को काटती हैं।

– मेरी रेखायें भी एक दूसरे को काटती हैं, – सदाखुश तुरंत बोल पड़ा।

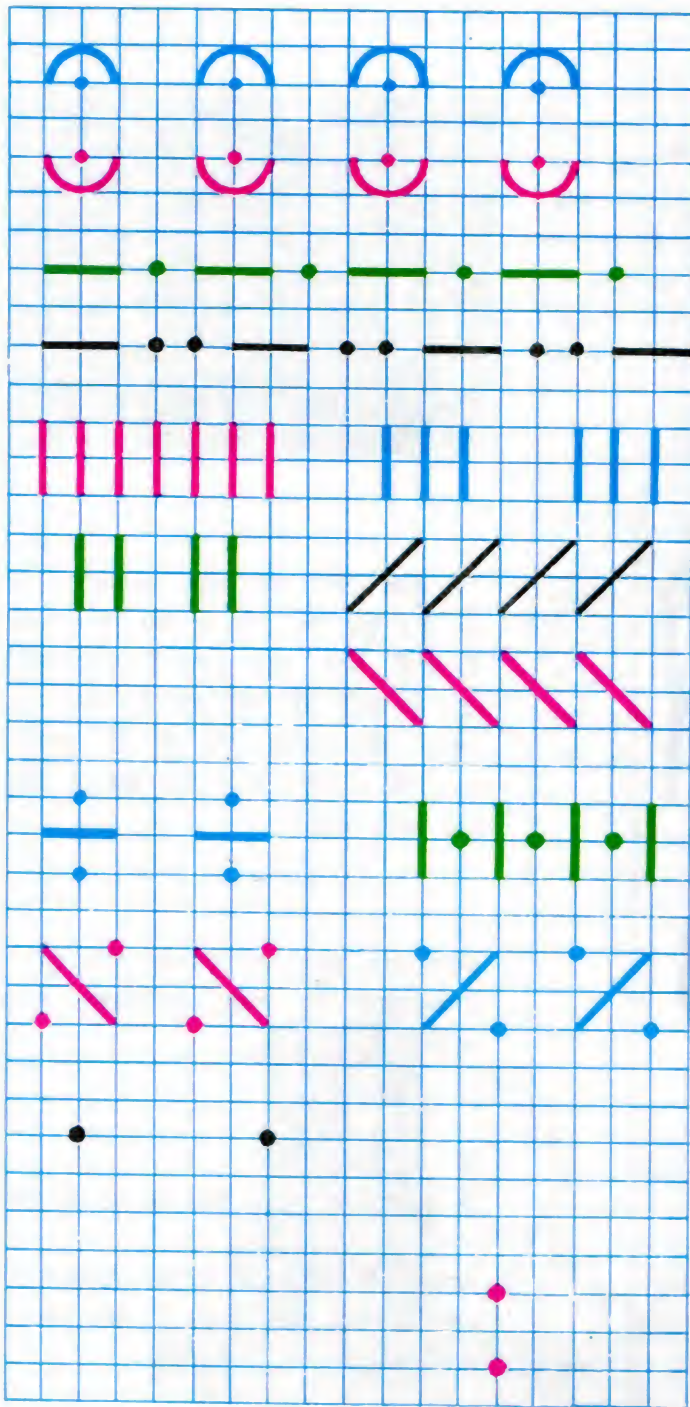
यहां एक दूसरे को काटती दो और रेखायें दिखायी गयी हैं।

उन बिन्दुओं को दिखाओ जहां पर ये रेखायें एक दूसरे को काटती हैं। इस प्रकार के कितने बिन्दु हैं? तुम खुद एक दूसरे को काटती रेखायें खींचो और जिन बिन्दुओं पर वे एक दूसरे को काटती हैं, वहां पर निशान लगाओ।

अभ्यास

1

इस प्रकार के बिन्दु बनाओ:

2

इस प्रकार की रेखायें खींचो:

3

इस प्रकार की आकृतियां बनाओ:

4

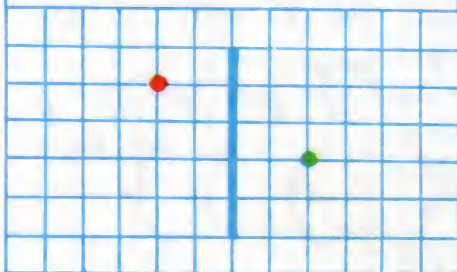
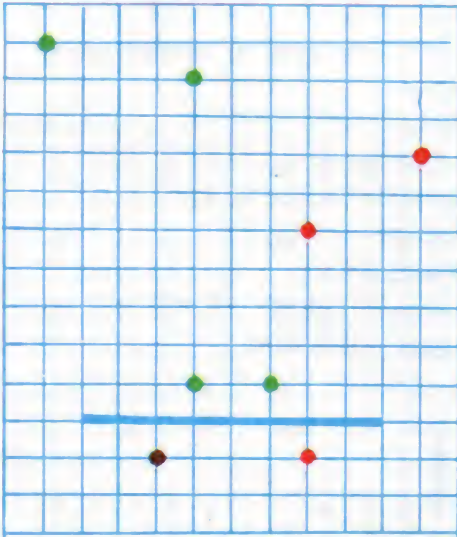
इस प्रकार की खड़ी और पड़ी रेखायें खींचो :

5

इस प्रकार की आकृतियां बनाओ :

6

चित्र के अनुसार दो बिन्दु बनाओ :

इसके बाद एक पैमाने की सहायता से इन दोनों बिन्दुओं से गुजरती हुई एक सरल रेखा खींचो :

फिर इस प्रकार के बिन्दुओं से गुजरती हुई:

और फिर इन बिन्दुओं से गुजरती हुई:

7

कौनसे बिन्दु सरल रेखा के ऊपर स्थित हैं और कौनसे नीचे?

8

एक कुर्सी और एक स्टूल पास-पास रखे हुए हैं। तुम देख रहे हो कि स्टूल कुर्सी के बायीं ओर रखा हुआ है तथा कुर्सी स्टूल के दायीं ओर रखी हुई है। इधर एक लड़का और लड़की खड़े हुए हैं। बताओ कि उनमें से कौन बायीं ओर खड़ा है और कौन दायीं ओर?

9

अपना बायां हाथ ऊपर उठाओ, फिर दायां। अपना दायां पैर जमीन पर पटको, फिर बायां।

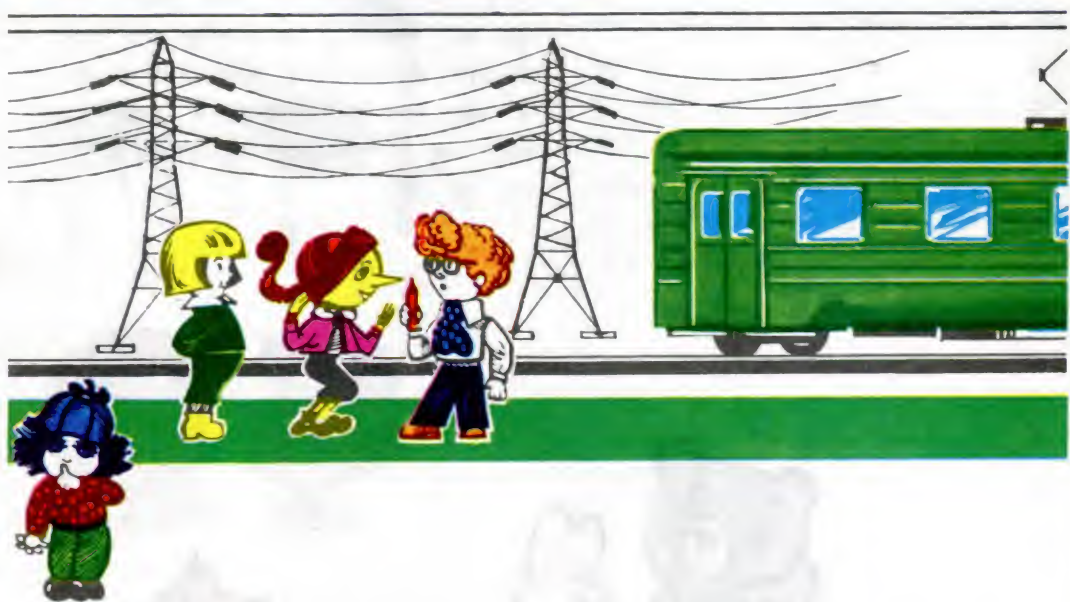
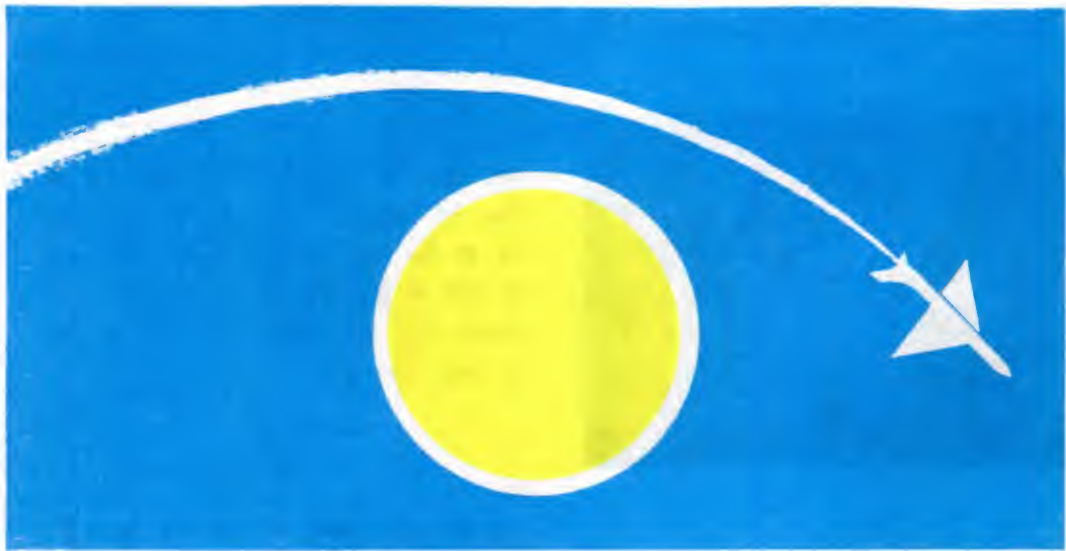
10

दो बिन्दु एक सरल रेखा के दो विपरीत भागों में स्थित हैं।
दिखाओ कि उनमें से कौनसा बिन्दु सरल रेखा के बायीं ओर स्थित है तथा कौनसा दायीं ओर?

11

एक जंगल में देवदारु, चीड़ और बर्च के तीन पेड़ पास-पास लगे हुए हैं। तुम देख रहे हो कि चीड़ का पेड़ देवदारु और बर्च के बीच में है। चीड़ के पेड़ के दायीं ओर कौनसा पेड़ है? कौनसे पेड़ बर्च के पेड़ के बायीं ओर हैं?

12

एक मेज पर चार खिलौने रखे हुए हैं: भालू, खरगोश, लोमड़ी और साही। क्या तुम बता सकते हो कि खरगोश और साही के बीच में तथा भालू और साही के बीच में कौन खड़ा है? लोमड़ी के बायीं ओर तथा भालू के दायीं ओर कौन-कौन-से खिलौने रखे हुए हैं?

मौसम बहुत अच्छा था। चारों दोस्त घूमने निकले। नीले आकाश में सूरज चमक रहा था। बहुत ऊंचाई पर एक जेट हवाई जहाज उड़ रहा था जो अपने पीछे सफेद निशान छोड़ता जा रहा था। हरफन ने इस ओर ध्यान दिया, उसको ऐसा लगा कि आसमानी रंग के एक बहुत बड़े क़ागज पर सफेद पेंसिल से ड्राइंग बनाई जा रही हो।

–देखो तो सही, –वह चिल्लाया, –हवाई जहाज ने आसमान में कितनी बढ़िया रेखा खींच दी है।

नजानूं की इच्छा हो रही थी कि वह भी दोस्तों को कोई रेखा दिखाये। उसने ऊपर-नीचे, दायें-बायें देखा, पर एक भी रेखा नहीं ढूंढ़ पाया।

–हमारे चारों ओर शायद रेखायें हैं ही नहीं, –नजानूं ने ठंडी सांस भरते हुए कहा।

–तुम जरा उधर तो देखो, –लिख्खू ने उसे सलाह दी।

–अरे हां, नजानूं खुश होता हुआ बोला, –तार! ये भी तो रेखायें हैं।

–तुम ठीक कहते हो, –लिख्खू ने उसकी हां में हां भरी। –ये तार साधारण नहीं बल्कि सरल रेखायें हैं। तुम देख रहे हो, वे कितनी अच्छी तरह से कसे हुए हैं। पर उधर दूसरी तरफ जो तार दिखाई दे रहे हैं वे लटक रहे हैं जिस कारण वे सरल रेखायें नहीं बल्कि **वक्र** रेखायें बनाते हैं।

यह सुनकर सदाखुश के चेहरे पर चालाकी भरी मुस्कान छा गयी। उसने रहस्यमय शब्दों में कहा:

–तुम सब लोग मेरी ओर देखो, मैं एक नयी चीज दिखाता हूँ। देखो, मैंने अपनी जेब में से एक रस्सी निकाली है और अब मैं इसको फेंकने जा रहा हूँ। लो, यह रही वक्र रेखा। नजानूं, अब तुम इस रस्सी का एक सिरा कसकर पकड़ लो। मैं रस्सी का दूसरा सिरा पकड़कर इसे खींचता हूँ। लो, यह रही सरल रेखा। इस रस्सी से सभी प्रकार की रेखायें बनायी जा सकती हैं। लिख्खू ने सदाखुश की प्रशंसा की:

–शाबाश! तुमने कितनी बढ़िया बात सोची है। अच्छा साथियो, आओ, देखते हैं हमारे चारों ओर किस-किस प्रकार की रेखाएं फैली हुई हैं।

! तुम भी एक रस्सी लेकर उसकी सहायता से विभिन्न प्रकार की रेखाएं बनाओ।

सबने ध्यान से चारों ओर देखना शुरू कर दिया और उन्हें बहुत सारी नयी-नयी मजेदार चीजें दिखाई दीं।

ट्राम की पटरियां सीधी सड़क पर तो सरल रेखाओं के रूप में बिछी हुई थीं, परन्तु मोड़ पर वे वक्राकार रेखाओं में परिवर्तित हो गयी थीं।

इतने में बारिश शुरू हो गयी, पानी की बूंदें पारदर्शक रेखाओं के रूप में जमीन पर गिरने लगीं।

आसमान में रंग-बिरंगी रेखाओं से बना इंद्रधनुष छा गया।

क्या तुम बता सकते हो कि इन्द्रधनुष की रेखाएं किन-किन रंगों की होती हैं?

बिल्कुल पास एक पेड़ की टहनियों के बीच मकड़ी का एक जाला लटक रहा था। इस जाले के धागे बारीक रेखाओं के रूप में एक दूसरे को काट रहे थे जिनसे बहुत सुन्दर दृश्य दिखाई दे रहा था।

तुम्हें अपने चारों ओर कौन-कौन-सी रेखायें दिखाई दे रही हैं? इन रेखाओं में कौनसी रेखायें सरल रेखाएं हैं?

चारों दोस्त आगे बढ़े। सड़क के पास एक मकान खड़ा था। यह मकान अभी आधा ही बना था। इसकी दो मंजिलें बन चुकी थीं और आज तीसरी बन रही थी। राज मिस्त्रियों की मदद के लिये क्रेन दिया गया था जो मकान के बड़े बड़े हिस्से लोगों तक पहुंचा रहा था। बोझ के कारण इस क्रेन के साथ बंधी स्टील की बनी रस्सी पूरी तरह से कस गयी थी।

– वह देखो, एक और सरल रेखा, – हरफन इस रस्सी की ओर इशारा करके बोला। – यह रेखा **ठीक ऊपर से नीचे की ओर** आ रही है।

– इस प्रकार की सरल रेखा को **ऊर्ध्वाधर** रेखा कहते हैं, – लिख्खू ने बताया।

– ऊर्ध्वाधर रेखा, – नजानूं ने लिख्खू के शब्दों को दोहराया।

– हां-हां, – लिख्खू बोला, – ऊर्ध्वाधर सरल रेखा **ठीक ऊपर से नीचे या नीचे से ऊपर की ओर** जाती है। अगर किसी रस्सी के एक सिरे को पकड़कर दूसरे सिरे पर बोझ लटका दिया जाये तो यह रस्सी **ऊर्ध्वाधर रेखा** के रूप में लटकने लगेगी। यह कहकर लिख्खू सदाखुश की ओर देखता हुआ बोला:

– लाओ दिखाओ, तुम्हारी रस्सी कहां है?

– अभी लो, एक मिनट रुको, लो तैयार है! – सदाखुश बोला।

उसने रस्सी के एक सिरे पर एक पत्थर बांध दिया और फिर उस रस्सी को काफी ऊँचा उठाकर गाना गाना शुरू कर दिया:

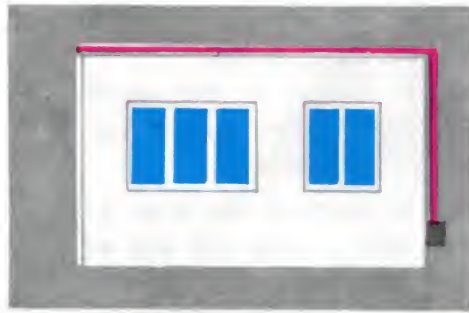
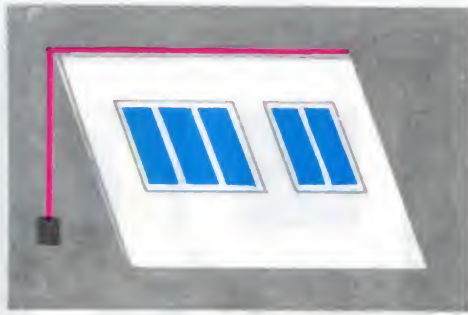
– सदाखुश, तुम्हारा गाना काफी मजेदार है, – लड़कों को एक अनजानी आवाज सुनाई दी। उन्होंने देखा कि एक राज-मिस्त्री उनके पास आकर खड़ा हो गया था और मुस्करा रहा था।

– क्या तुम जानते हो कि हम, राज-मिस्त्री, मकान बनाते समय अक्सर तुम्हारी जैसी रस्सी का प्रयोग करते हैं।

– वह किस लिये? – सदाखुश ने पूछा।

– यह देखने के लिये कि मकान की दीवार ऊर्ध्वाधर स्थिति में है या नहीं, वह कहीं इधर या उधर झुक तो नहीं गयी है। इस पर हरफन बोला:

– वह कैसे?

– अगर दीवार सीधी नहीं है तो बोझ बंधी रस्सी उस दीवार के साथ-साथ न लटक कर इस प्रकार लटक जायेगी या उस प्रकार। राज-मिस्त्रियों का काम है कि दीवार ठीक ऊर्ध्वाधर स्थिति में खड़ी हो, अर्थात् इस प्रकार:

–पर इसका यह मतलब नहीं हुआ कि केवल मकानों की दीवारें ही ऊर्ध्वाधर खड़ी होती हैं, – मिस्त्री ने अपनी बात जारी रखी, – फैक्टरी की चिमनियां, बिजली व टेलीफोन के तारों के खंभे आदि भी।

–पेड़ भी तो ऊर्ध्वाधर स्थिति में बढ़ते हैं – नजानूं ने चीड़ के पेड़ की ओर इशारा करते हुए कहा।

–सभी पेड़ ऊर्ध्वाधर स्थिति में नहीं बढ़ते हैं, – मिस्त्री ने उसको समझाया। – वह देखो, दूसरे पेड़ झुके हुए खड़े हैं। बोझ बंधी रस्सी की सहायता से बहुत आसानी से तुम इस बात की जाँच कर सकते हो।

!

तुम भी एक रस्सी लेकर उसके एक सिरे पर बोझ बांधकर देखो क्या तुम्हारी मेज, कुर्सी के पाये तथा कमरे के दरवाजे आदि ऊर्ध्वाधर स्थिति में हैं या नहीं। अपने चारों ओर तुम्हें और कौन-कौनसी ऊर्ध्वाधर तथा टेढ़ी चीजें दिखाई दे रही हैं?

मिस्त्री के विदा लेने के बाद नजानूं ने झिझकते हुए लिख्खू से पूछा :

– ज्यामिति के बारे में कोई कहानी नहीं है क्या ? मुझे कहानियां सुनने में बहुत मजा आता है।

– नजानूं भी कमाल की बात करता है। हरफन हंसकर बोला, – इसको छोटे बच्चे की तरह कहानी सुनने का शौक है। इतने गंभीर काम में कहानी का क्या काम ? यह ज्यामिति है !

– ही, ही, – सदाखुश हरफन की हां में हां भरते हुए बोला, – नन्हा नजानूं कहानी सुनना चाहता हैं।

– नजानूं का मजाक मत उड़ाओ, – लिख्खू बोला, – मैं वास्तव में ऐसी कहानी सुना सकता हूँ।

– सुनाओ ! – औरों से पहले सदाखुश चिल्लाया।

– जरूर सुनाओ, – नजानूं बोला। – मुझे ज्यामिति के बारे में कहानी सुनने में बहुत आनन्द आयेगा। यह कहकर नजानूं खुश होता हुआ हरफन की ओर मुंह फेरकर बोला :

– देखो, तुम मेरा मजाक उड़ा रहे थे ... हरफन चुप बैठा रहा पर उसके चेहरे से साफ-साफ पता लग रहा था कि वह भी कहानी सुनने का इच्छुक है।

– लो, तो सुनो, – लिख्खू बोला।

– मेरी कहानी इस प्रकार शुरू होती है ...

ज्यामिति के देश में बिन्दु

एक था बिन्दु। वह बहुत ही जिज्ञासु प्रकृति का था। वह हर बात जानना चाहता था। जैसे ही उसे कोई अपरिचित रेखा दिखाई देती, वह तुरंत पूछता:

– इस रेखा का क्या नाम है? यह रेखा लंबी है या छोटी?

एक बार बिन्दु ने सोचा: "मुझे हर बात कैसे पता चलेगी, अगर मैं हमेशा एक ही जगह बैठा रहूंगा। ठीक है, मैं यात्रा पर निकलता हूँ।"

बिन्दु निश्चय का पक्का था। वह यात्रा पर निकल पड़ा। सबसे पहले बिन्दु एक सरल रेखा पर आ खड़ा हुआ और फिर उस पर चलने लगा।

वह सरल रेखा पर चलता रहा, बहुत देर तक चलता रहा और आखिर में थक गया।

वह रुक गया और बोला:

– मैं कब तक चलता रहूंगा? इस सरल रेखा का अंत जल्दी आयेगा या नहीं?

यह सुनकर सरल रेखा हंस पड़ी और बोली:

– बिन्दु, तुम कितने नादान हो। तुम अंत तक नहीं पहुंच पाओगे। क्या तुम नहीं जानते कि सरल रेखा का अंत कहीं नहीं है?

– अगर ऐसी बात है तो मैं वापस लौट जाता हूँ, – बिन्दु बोला। – मैं शायद गलत दिशा में जा रहा था।

– उल्टी दिशा में भी अंत नहीं आयेगा। सरल रेखा का किसी भी दिशा में अंत नहीं होता है।

यह सुनकर बिन्दु बहुत हताश हुआ और बोला:

– अब मैं क्या करूं? मुझे क्या ऐसे चलते ही रहना पड़ेगा? क्या कभी अंत नहीं आयेगा?

– अगर तुम चलते-चलते बहुत थक गये हो और रुकना चाहते हो तो आओ, कैंची को सहायता के लिये पुकारते हैं।

— चलो, बुलाते हैं, — बिन्दु खुश होता हुआ बोला, — पर कैंची की हमें जरूरत क्या है?

— अभी देखोगे, — सरल रेखा ने उत्तर दिया।

इतने में पता नहीं कहां से एक कैंची आयी और बिन्दु के बिल्कुल सामने आकर उसने कट से सरल रेखा काट दी।

— हमारा काम हो गया! — बिन्दु चिल्लाया। — अंत आ गया। हे, कैंची बहिन, अब कृपया दूसरी ओर से भी इस रेखा का अंत बना दो।

— अभी लो, — कैंची ने आज्ञाकारी बहिन की तरह कट से दूसरी ओर से भी सरल रेखा काट दी।

— कितने मजे की बात है! — बिन्दु चिल्लाया, — मेरी सरल रेखा का क्या बन गया? एक तरफ से अंत, दूसरी तरफ से अंत। इसको क्या कहते हैं?

— इसको **टुकड़ा** अथवा **रेखा खंड** कहते हैं, — कैंची बोली। — बिन्दु, अब तुम सरल रेखा के एक रेखा खंड पर खड़े हो।

— सीधा रेखा खंड, सीधा रेखा खंड, — बिन्दु खुश होता हुआ बोलने लगा, वह रेखा खंड के एक सिरे से दूसरे तक आ-जा रहा था।

—मुझे यह नाम याद हो गया है। मुझे रेखा खंड पर चलना अच्छा लग रहा है पर इसका मतलब यह नही है कि मुझे सरल रेखा अच्छी नहीं लगी। उसके स्थान पर अब एक रेखा खंड और यह दो..., अरे, मुझे नहीं पता इनका क्या नाम है। ये भी क्या रेखा खंड हैं?

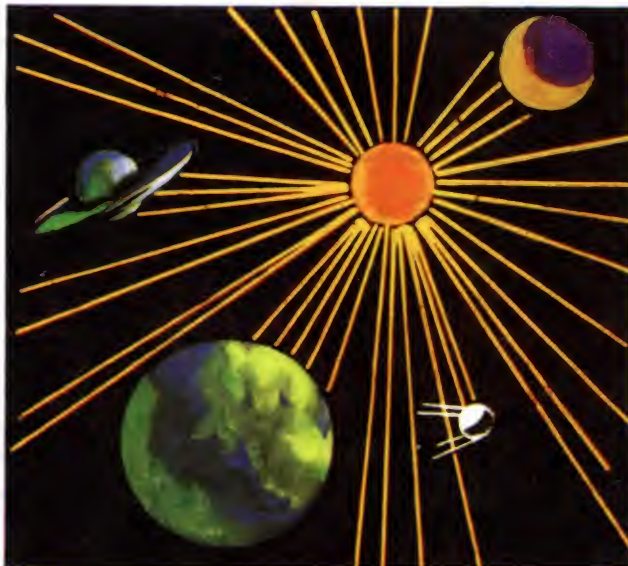
—नहीं, —कैंची ने उत्तर दिया। —इनका केवल एक सिरा है, दूसरे सिरे की ओर इनका अंत ही नहीं है। और फिर इनका नाम भी कुछ और ही है।

—इनका क्या नाम है?

—इनको **किरण** कहते हैं।

यह एक किरण है, यह भी एक किरण है।

—अच्छा! —बिन्दु खुश होता हुआ बोला। —अब मैं समझ गया उनका यह नाम क्यों रखा गया है। वे सूरज की किरणों से मिलती-जूलती जो हैं।

—तुम ठीक कहते हो, —कैंची बोली। —सूरज की किरणें सूरज से शुरू होती हैं और अनंत तक चलती रहती हैं अगर उनके मार्ग में कोई बाधा न आये। उदाहरण के लिये, पृथ्वी या चन्द्रमा या कृत्रिम उपग्रह।

इसका मतलब यह हुआ कि उस सरल रेखा से दो किरणें और मेरा रेखा खंड प्राप्त हुआ है। मेरी अच्छी बहिन कैंची, मैं तुमसे प्रार्थना करता हूँ एक बार फिर से सरल रेखा बना दो, पर हां मेरे रेखा खंड को ऐसे ही रहने देना।

—मेरे लिये यह काम असंभव है। हां, अगर परकार और पैमाने से सहायता करने के लिए कहा जाये ...

इतना कहकर कैंची ने उन दोनों को आवाज दी। परकार और पैमाने ने आकर अपना काम शुरू कर दिया। सर्वप्रथम परकार ने पैमाने के पास एक किरण रखी और फिर दूसरी, दोनों को एक दूसरे की ओर खींच कर मिला दिया। परकार ने दोनों किरणों को इतनी सफाई के साथ जोड़ा कि बिल्कुल पहले जैसी सरल रेखा बन गयी। बिन्दु ने उस जगह को ढूंढने की बहुत कोशिश की जहां पर दोनों किरणें एक दूसरे के साथ

जुड़ गयी थीं, पर उसे तनिक भी सफलता नहीं मिली।

अब बिन्दु यह देखकर बहुत प्रसन्न था कि उसकी परिचित सरल रेखा साबुत है और उसका कुछ भी नहीं बिगड़ा है। "इसका मतलब यह हुआ कि एक सरल रेखा में से एक ही नहीं, कई सारे रेखा खंड भी काटे जा सकते हैं" – बिन्दु ने सोचा।

0 1 2 3 4 5 6 7 8

बिन्दु की प्रार्थना पर कैंची ने सरल रेखा में से छोटे तथा बड़े कई रेखा खंड काट दिये और परकार तथा पैमाने ने बची हुई किरणें जोड़ दीं। सबने देखा कि सरल रेखा फिर से साबुत हो गयी।

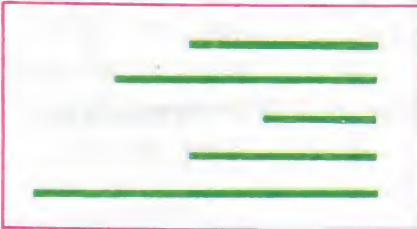
—अच्छा, जरा यह तो बताओ, —लिख्खू ने कहानी सुनानी बंद कर दी, —तुम्हें यह कहानी अच्छी भी लग रही है या नहीं?

—अच्छी लग रही है — सदाखुश ने चिल्लाकर जवाब दिया। —मैंने तो सरल रेखा के बारे में एक कविता भी बना डाली है:

सरल रेखा का अंत नहीं होता है
चलो चाहे उस पर सौ साल,
रास्ता कभी खत्म नहीं होता है।

—मैं तो रेखा खंडों के ऊपर भी कविता बनाने जा रहा था पर तुमने टोक दिया।

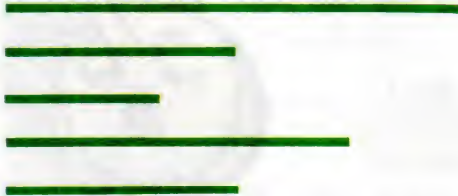
—देखो, हरफन रेखा खंड बना रहा है—नजानूं बोल उठा।

वास्तव में इस बीच मेहनती हरफन ने पता नहीं कहां से एक कागज और पैमाना ढूँढ़ लिया था और वह रेखा खंड बना रहा था। हरफन ने इस प्रकार के रेखा खंड बनाये।

! तुम भी एक कागज, पेंसिल और पैमाना लेकर उतने ही रेखा खंड बनाओ जितने हरफन ने बनाये हैं। गिनकर बताओ, तुमने कितने रेखा खंड बनाये हैं।

– हरफन, सुनो, तुम्हारे रेखा खंड अलग-अलग लंबाई के हैं, – सदाखुश बोला।

– मैंने जानबूझकर ऐसा किया है, – हरफन ने उत्तर दिया। – क्या तुम मेरे रेखा खंडों में से सबसे छोटे रेखा खंड को दिखा सकते हो?

– यह रहा, – सदाखुश ने जल्दी ही ढूंढ़ लिया। – और यह रेखा खंड सबसे अधिक लम्बा है।

– और यह दो रेखा खंड **समान लंबाई के** हैं। ठीक कह रहा हूँ न? – नजानूं ने अपनी बात कही।

! हरफन के बनाये रेखा खंडों में से तुम भी सबसे लम्बे रेखा खंड को ढूंढ़ो। इन रेखा खंडों में से समान लम्बाई के एक जैसे दो रेखा खंड ढूंढ़ो। अब तुम खुद भी रेखा खंड बनाओ।

– शाबाश! तुम लोगों के उत्तर बिल्कुल ठीक हैं, – लिख्खू ने दोस्तों की तारीफ करते हुए कहा। – अब मैं एक मुश्किल काम बताता हूँ। हरफन, तुम कुछ रेखा खंड एक दूसरे के ऊपर नहीं बल्कि उल्टे-सीधे, जैसे तुमसे बने, बनाओ।

– हर बार हरफन ने क्यों बनाये? मैं भी बनाना चाहता हूँ। – सदाखुश चिल्लाया।

– मैं भी, – नजानूं बोल उठा।

– अगर ऐसी बात है तो ठीक है तुममें से हर कोई एक रेखा खंड इस कागज पर बनाये, – लिख्खू ने कहा।

– अब देखो, – लिख्खू ने बात जारी रखी, – इन रेखा खंडों की आपस में तुलना करना कठिन है। इनके बीच सबसे छोटे और सबसे लम्बे रेखा खंड को कैसे ढूंढ़ा जा सकता है?

–मैंने सबसे लम्बा रेखा खंड ढूंढ़ लिया है– सदाखुश बोला।–वह लाल रंग का है।

–नहीं, सबसे लम्बा रेखा खंड आसमानी रंग का है,–नजानूं ने उसकी बात काटते हुए कहा।

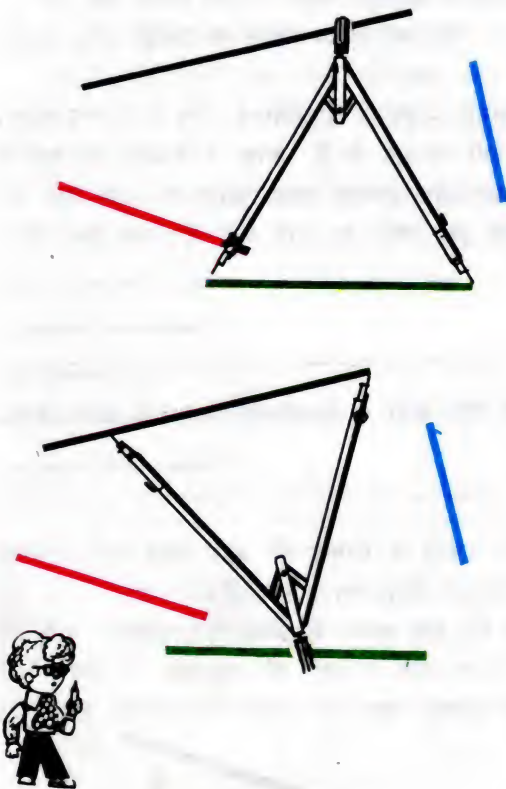
–इस प्रकार बहस करने से कुछ नहीं मिलेगा,–हरफन ने दोनों के बीच में पड़कर कहा। –ये सभी रेखा खंड वास्तव में लगभग एक जैसी लम्बाई के हैं। आंख से देखकर यह बताना संभव नहीं है कि इनमें से कौनसा सबसे लम्बा और कौनसा सबसे छोटा है। इस बात की जांच किसी और तरीके से ही होगी–पर मुझे इस विधि का ज्ञान नहीं है। अब क्या किया जाये?

? क्या तुम ठीक-ठीक बता सकते हो कि इन रेखा खंडों में से कौनसा रेखा खंड सबसे लम्बा और कौनसा सबसे छोटा है?

हरफन, सदाखुश और नजानूं आशा भरी नजरों से लिख्खू की ओर देखने लगे: लिख्खू को जरूर पता होगा कि इस समस्या को कैसे हल किया जा सकता है।

वास्तव में समझदार लिख्खू जानता था कि इस काम के लिये एक परकार चाहिये। उसने अपने दोस्तों को समझाया कि किस प्रकार एक परकार की सहायता से दोनों रेखा खंडों को नापकर यह बताया जा सकता है कि कौनसा रेखा खंड लंबा और कौनसा छोटा है।

–उदाहरण के लिये लाल रेखा खंड को नापकर उसे आसमानी खंड के पास लाते हैं। परकार के दोनों सिरों की दूरी स्थिर रखते हैं। साफ-साफ दिखाई दे रहा है कि लाल रेखा खंड आसमानी से लंबा है।

3–233

—मैंने तो पहले ही कह दिया था कि लाल रेखा खंड सबसे अधिक लंबा है, —सदाखुश ने अपनी विजय की खुशी में मस्त होकर नजानूं की तरफ देखते हुए कहा।

—सदाखुश, तुम वैसे ही खुश हो रहे हो, —हरफन बोला, —अभी हमने लाल रेखा खंड की हरे तथा काले के साथ तुलना ही नहीं की है। आओ, इनको भी नापते हैं:

—तुमने देखा, सदाखुश, लाल रेखा खंड हरे से छोटा है। तुम्हारी बात झूठ निकली।

—अच्छा, अगर ऐसी बात है, तो मेरा अंदाजा शायद ठीक होगा, —नजानूं डरते-डरते बीच में बोल उठा: —क्या हरा रेखा खंड सबसे अधिक लम्बा नहीं है? उसकी आसमानी तथा काले रेखा खंड के साथ तुलना करके देखा जाये।

—आसमानी के साथ तुलना करने की कोई जरूरत नहीं है, —लिख्खू ने समझाया। —तुम देख ही रहे हो कि हरा रेखा खंड लाल से लंबा है और लाल आसमानी से लंबा है। इसका मतलब यह हुआ कि हरा आसमानी से जरूर लंबा है। अब उसकी केवल काले रेखा खंड के साथ तुलना करनी बाकी है। आओ, परकार से रेखा खंड को नापते हैं।

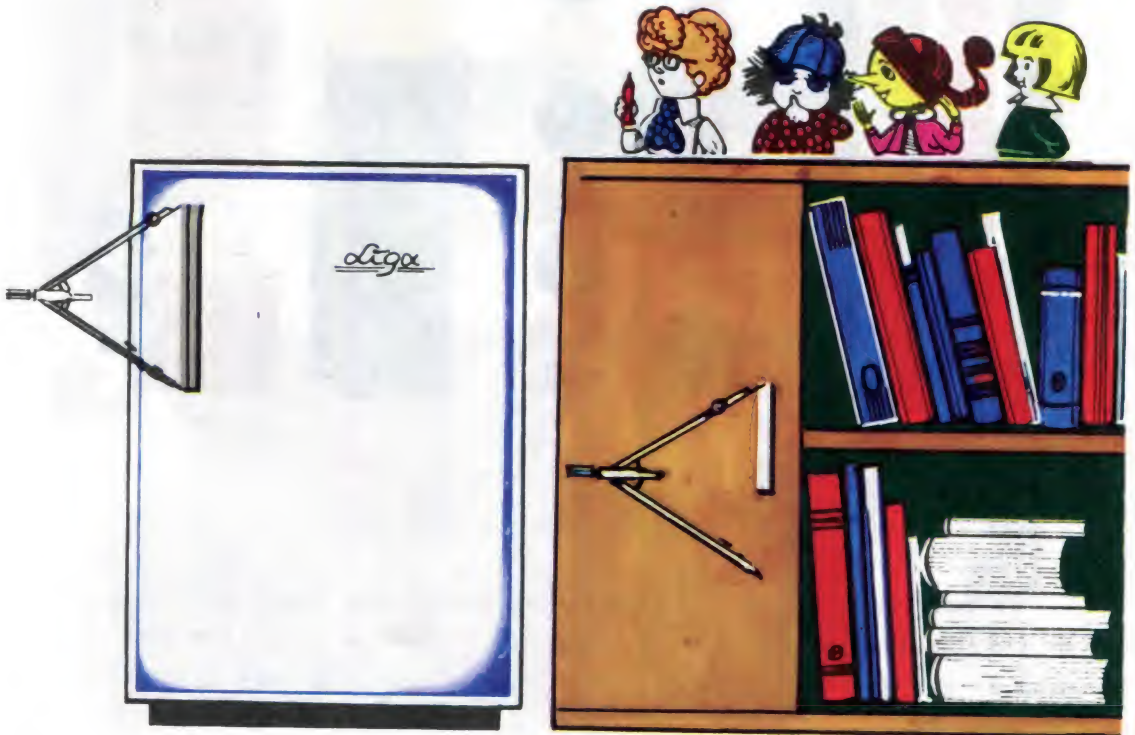
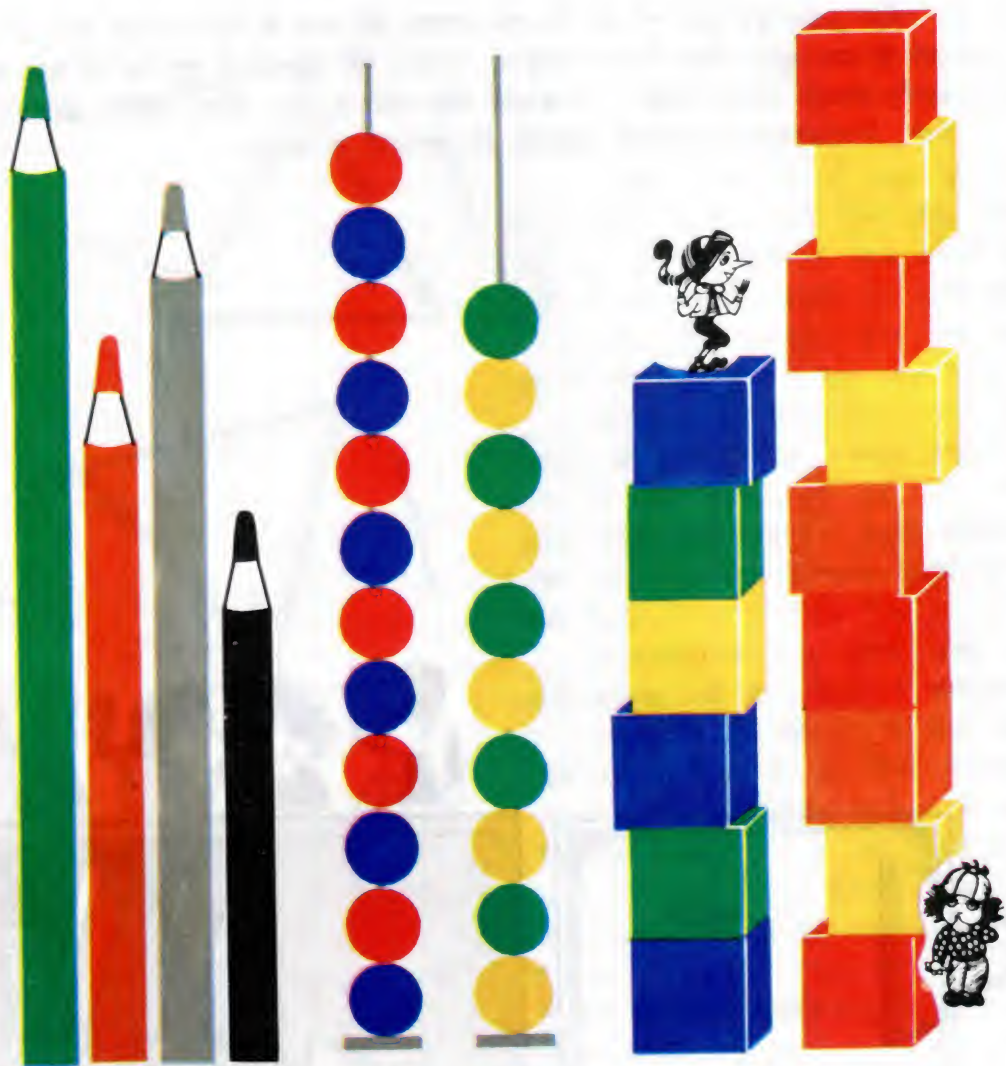
अब परकार को काले रेखा खंड के पास लाते हैं।

हम देख रहे हैं कि काला रेखा खंड हरे से लंबा है। इसका मतलब यह हुआ कि नजानूं की बात गलत है। सबसे लंबा रेखा खंड काले रंग का है।

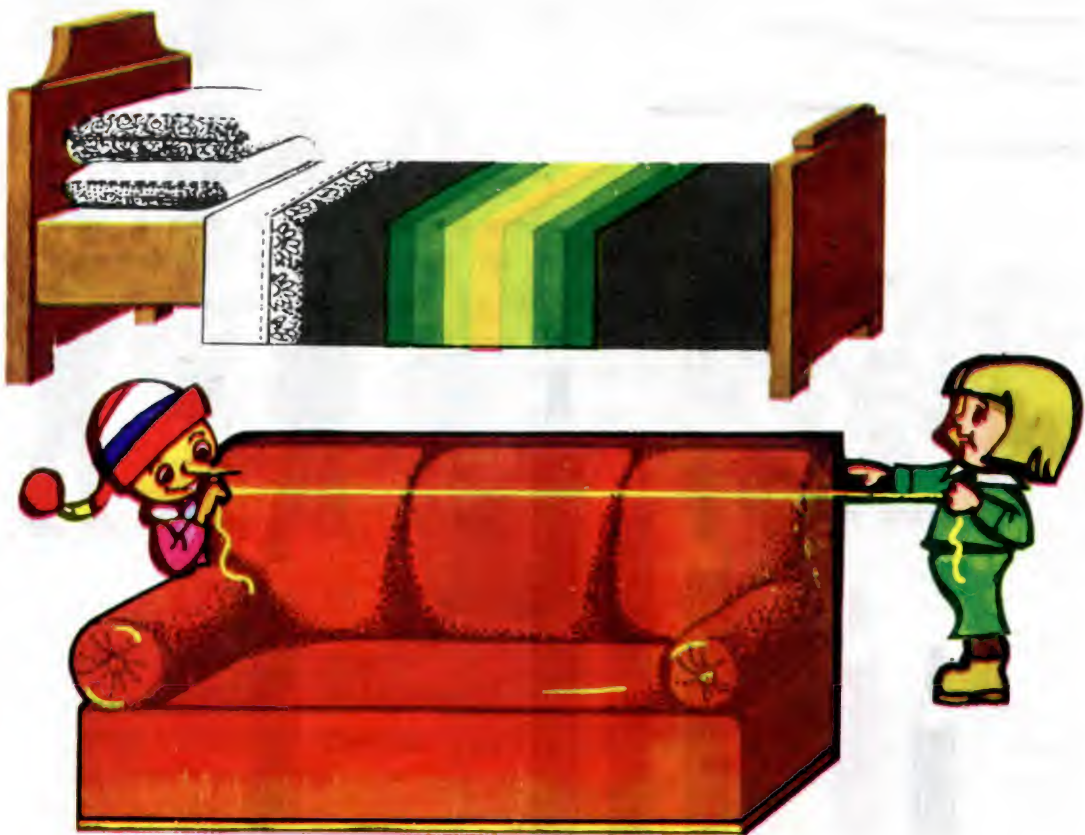
!

इन रेखा खंडों में सबसे छोटा खंड कौनसे रंग का है? अब तुम खुद कुछ रेखा खंड खींचो (एक दूसरे के ऊपर नहीं बल्कि इधर-उधर)। इसके बाद एक परकार लेकर सबसे लंबे तथा सबसे छोटे रेखा खंड को ढूंढ़ो।

देखा, अब तुम जान गये हो कि एक परकार की मदद से विभिन्न रेखा खंडों की एक दूसरे के साथ तुलना कैसे की जा सकती है। परकार की सहायता से तुम यह भी बता सकते हो कि किन्हीं भी दो चीजों में से कौनसी चीज लंबी है और कौनसी छोटी, उदाहरण के लिये, रेफ्रिजिरेटर का हत्था या किताबों की अलमारी का हत्था।

3*

पर इसका मतलब यह नहीं है कि इस काम के लिये हर जगह परकार की ही सहायता ली जाये। यह जानने के लिये कि कौनसी पेंसिल लंबी है पेंसिलें एक दूसरे के पास रखना ही काफी है। इसी प्रकार छड़ियों, विभिन्न खिलौनों तथा अन्य वस्तुओं की आपस में तुलना की जा सकती है।

मान लो, तुम सोफे की पलंग के साथ तुलना करके यह जानना चाहते हो कि सोफा लंबा है या पलंग? यहां परकार से तो काम चलेगा नहीं क्योंकि वह बहुत छोटा है। सोफे और पलंग को एक दूसरे के पास लाना भी बहुत मुश्किल है। क्या तरकीब हो सकती है?

हरफन और सदाखुश के दिमाग में तरकीब आ गयी। इस चित्र को देखकर बताओ कि उनको कैसे पता चला कि सोफा लंबा है या पलंग।

अभ्यास

1

एक परकार लेकर इन रेखा खंडों की आपस में तुलना करो। बताओ कि इनमें से कौनसा रेखा खंड सबसे अधिक लंबा और कौनसा सबसे छोटा है।

2

क्या तुम बता सकते हो कि इन रेखा खंडों में एक समान लंबाई के खंड मौजूद हैं या नहीं? और इन खंडों में?

3

मोहन ने अपनी पेंसिलों को "लंबाई के हिसाब से" एक दूसरे के साथ रख दिया है। तुम भी अपनी रंगीन पेंसिलें उठा लो और "लंबाई के हिसाब से" उनको एक दूसरे के साथ रखो।

4

ऊषा के पास पीले रंग की जो पेंसिल है, वह नीली रंग की पेंसिल से छोटी है और नीली लाल से छोटी है। बताओ कौनसी पेंसिल लम्बी है – पीली या लाल?

5

मोहन का कद नरेश से लंबा परन्तु हरीश से छोटा है। क्या तुम बता सकते हो कि हरीश और नरेश में से किसका कद लंबा है?

6

अनिता और अलका का कद एक जैसा है। अलका गीता से लंबी है तथा सुनिता अनिता से लंबी है।
क्या तुम बता सकते हो कि सुनिता और गीता में से किसका कद लंबा है?

7

दीपक का कद मुकेश से लंबा है, राकेश का कद रमेश से तो छोटा है पर दीपक से लंबा है। सब बच्चे कद के हिसाब से एक लाइन में खड़े हो गये, सबसे आगे जो बच्चा खड़ा हुआ, वह सबसे लंबे कद का था। क्या तुम बता सकते हो कि कौन किसके बाद खड़ा है?

8

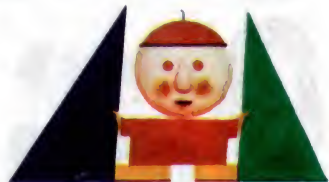
अपने घर के अन्दर पड़ी चीजों की ओर देखो: मेज, कुर्सी, अलमारी, स्टूल, खिड़की ...। बताओ कि कमरे की खिड़की लंबी है या रसोई की; किताबों की अलमारी चौड़ी है या कपड़ों की; स्टूल की गद्दी जमीन से ज्यादा ऊंचाई पर है या कुर्सी की। इसी प्रकार अन्य वस्तुओं की एक दूसरे के साथ तुलना करो।

– मैं तो कहानी सुनना चाहता हूँ, – नजानूं बोला, – लिख्खू, तुम आगे की कहानी कब सुनाओगे ?

– चाहे अभी सुन लो, – लिख्खू ने जवाब दिया। – क्या तुम्हें याद है कि मैं कहां तक कहानी सुना चुका हूँ ?

– हां, याद है। बिन्दु ने कैंची से प्रार्थना की और उसने सरल रेखा को कई रेखा खंडों में काट दिया तथा परकार और पैमाने ने बची हुई किरणों को जोड़ दिया और सबने देखा कि सरल रेखा फिर से जुड़ गयी है और उसका कुछ भी नहीं बिगड़ा है।

– लो, अब आगे सुनो।

ज्यामिति के देश में बिन्दु

बिन्दु ने परकार की तारीफ की कि उसने कितनी सफाई से किरणों को जोड़कर सरल रेखा बना दी :

– वाह-वाह ! परकार ! तुम तो बहुत बड़े कारीगर हो।

– यह काम अकेले मेरे बस का नहीं था, – परकार बोला। – तुम पैमाने को मत भूलो।

– क्या तुम खुद किरणों को नहीं जोड़ सकते थे ?

– जरूर जोड़ सकता था। परन्तु सरल रेखा शायद नहीं बना पाता।

– क्यों ? – बिन्दु को आश्चर्य हुआ।

– अभी दिखाता हूँ।

कैंची ने एक बार फिर सरल रेखा को दो किरणों में काट दिया।

परकार ने इन किरणों को एक दूसरे के पास लाकर उनके सिरों को मिला दिया जिससे इस प्रकार की रेखा बन गयी:

–तुमने ठीक कहा, –बिन्दु चिल्लाया, –यह सरल रेखा नहीं है। इस रेखा पर सीधे नहीं चला जा सकता, आगे जाकर मुड़ना पड़ेगा। परन्तु यह है क्या? इसका नाम क्या है?

–यह एक **कोण** है, –परकार ने बताया।

–कोण ... कोण –बिन्दु ने कई बार इस नये शब्द को दोहराया। –परकार, जरा यह तो बताओ, उस जगह का क्या नाम है जहां पर किरणें एक दूसरे के साथ जुड़ गयी हैं?

–**कोण का शीर्ष**। बिन्दु, इस समय तुम कोण के शीर्ष पर खड़े हो तथा जो किरणें तुम्हारे से शुरू हो रही हैं उनको **कोण की भुजायें** कहते हैं।

–परकार भाई, जरा रुक जाओ, थोड़ा रुक जाओ! इतने सारे नये नाम! कोण, कोण का शीर्ष, कोण की भुजायें ...। इतनी सारी बातें याद रखना मेरे लिये मुश्किल है।

– क्यों ? इस कोण के शीर्ष से दोनों भुजाओं पर ससरोंवा की तरह एकाध बार सरक लो, बस, तुम्हें यह सब नाम याद हो जायेंगे।

बिन्दु को परकार का यह सुझाव बहुत पसंद आया। वह कोण की एक भुजा पर लुढ़का और फिर दूसरी पर। लुढ़कते समय बिन्दु ने गुनगुनाना शुरू कर दिया :

शीर्ष से किरण पर ऐसे
लुढ़क रहा हूँ,
जैसेकि पहाड़ी से लुढ़क रहा हूँ,
फर्क केवल इतना है कि
किरण का नाम किरण नहीं, भुजा है।

इस समय बिन्दु बहुत जोर से हंस पड़ा। उसे यह कविता गाने में बड़ा मजा आ रहा था। वह भुजाओं पर कुछ देर और लुढ़कता रहा और फिर शीर्ष पर खड़ा होकर परकार से बोला :

– मैं और भी तेजी से लुढ़कना चाहता हूँ। क्या तुम पहाड़ी को और अधिक ढालू नहीं बना सकते ?

– क्यों नहीं, – परकार ने जवाब दिया और उसने कोण की भुजायें इस प्रकार मोड़ दी :

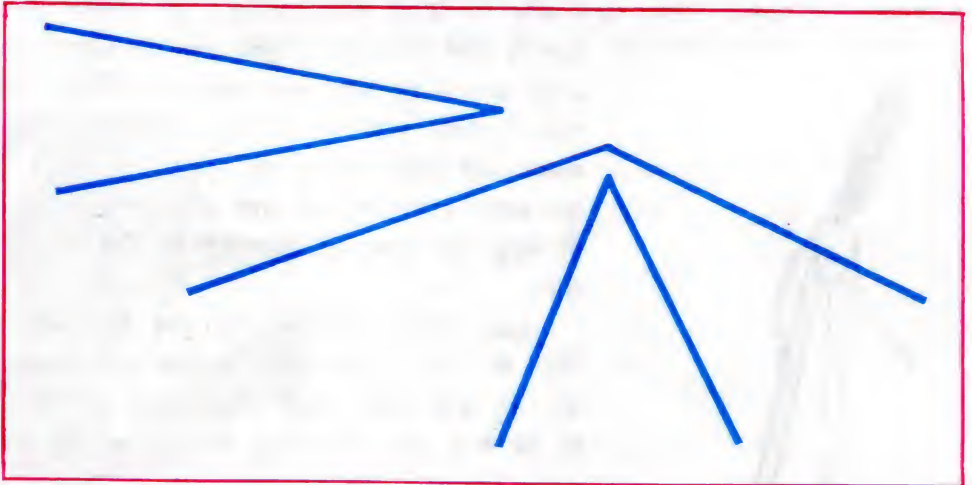
– इतनी ज्यादा नहीं! – बिन्दु घबराकर बोला। – कोण अब बहुत ही पैना है। इतनी अधिक ढालू पहाड़ी से लुढ़कना कोई आसान काम नहीं है। तुम ढाल थोड़ा कम करो।

यह सुनकर परकार ने कोण की भुजाओं को थोड़ा फैला दिया।

– अब ठीक है, – बिन्दु बोला, – पर अब मेरी लुढ़कने की इच्छा नहीं रही।

– परकार, क्या तुम जानते हो कि मैं अब क्या सोच रहा हूँ? मैं यह सोच रहा हूँ कि अगर किरणों की जगह पर रेखा खंड जोड़ दें तब भी क्या कोण ही प्राप्त होगा?

– हां, शायद ... – थोड़ा सोचने के बाद परकार ने जवाब दिया। – इसको भी कोण कह सकते हैं।

– आओ, चलो देखते हैं! – बिन्दु ने चिल्लाकर कहा।

उसे याद आ गया कि कैंची ने सरल रेखा में से बहुत सारे रेखा खंड काटे थे। बिन्दु ने सभी को बुलाया। रेखा खंड यह देखकर बहुत खुश हुए कि बिन्दु ने उनको याद किया है। वे दौड़-दौड़कर आये और जोड़ी बना-बनाकर खड़े हो गये ...। यह देखो, हर जोड़ी से एक-एक कोण बन गया।

–परकार, जरा इधर तो देखो–बिन्दु खुश होता हुआ बोला। –कितने सारे अलग-अलग प्रकार के कोण! आखिरी कोण तो बिल्कुल तुम्हारे जैसा है।

परकार अभी उसको उत्तर देने वाला ही था कि इतने में पता नहीं कहां से एक शैतान रबड़-लुटेरा आ धमका। उसने पहले कोण पर झपट्टा मारा: फर-र! की आवाज हुई और रबड़ ने कोण मिटा दिया। दूसरे कोण पर झपटा–शर-र–की आवाज हुई और दूसरा कोण मिटा दिया। निर्दय रबड़ ने तीसरे कोण को भी मिटा दिया। बिन्दु की भी शामत आने वाली थी पर वह भागकर परकार के पीछे छुप गया। परकार को इस बात का पता चलने से पहले ही रबड़ ऐसे गायब हो गया जैसे कि गधे के सिर से सींग।

बिन्दु फूट-फूट कर रोने लगा। उस बेचारे की अभी थोड़ी देर पहले ही तो कोणों के साथ जान-पहचान हुई थी, वह अभी उनको अच्छी तरह से देख भी नहीं पाया था कि वे न रहे। नन्हा बिन्दु रो रहा था और परकार उसको दिलासा दे रहा था:

–बिन्दु, मत रो, उदास न हो। हम किरणों और रेखा खंडों से बहुत सारे नये कोण बनायेंगे। और इस लुटेरे रबड़ से भी हम निपटेंगे। उसको ढूंढ़कर हम उसे सजा देंगे और उसको गंदे कामों की जगह भले काम करने पर मजबूर करेंगे।

सब चुप हो गये थे। हरफन का चेहरा गंभीर था, सदाखुश के तेवर चढ़े हुए थे और नजानूं हथेली से आंखें मसल रहा था, वह सिसकियां भर रहा था। सबको बिन्दु पर तरस आ रहा था।

– तुम सब इतने उदास क्यों हो गये हो? – लिख्खू ने अपने दोस्तों से पूछा।

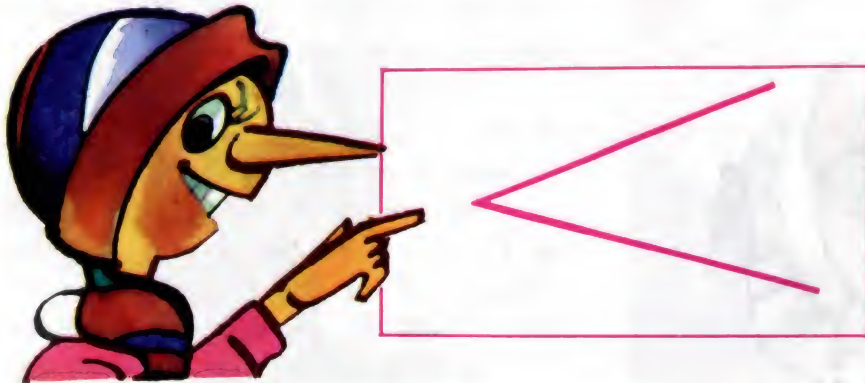
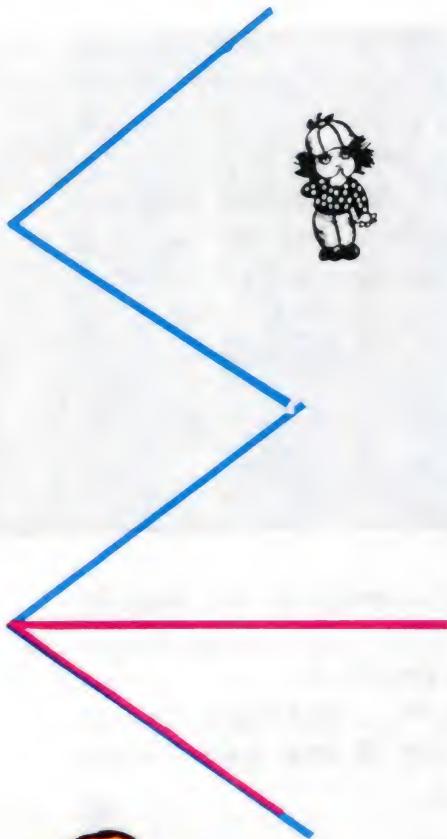
– दुखी होने की कोई बात नहीं है। यह तो कहानी है। और फिर सभी कहानियों का अंत सुखदायी व शुभ होता है। तुम लोगों ने सुना नहीं कि परकार ने क्या कहा। वे रबड़ को जरूर ढूंढ़ निकालेंगे, सजा देंगे और उसको भविष्य में बुरे काम करने से रोकेंगे। इसलिये तुम लोगों को उदास होने की कोई जरूरत नहीं है। आओ, याद करते हैं कि परकार ने बिन्दु को किस चीज के बारे में बताया और क्या चीज दिखायी। तुम बताओ, सदाखुश।

क्या तुम्हें याद है कि बिन्दु को परकार से किस बात का पता चला?

– बताने की जगह मैं उसका चित्र ही जो बना देता हूँ, – सदाखुश ने उत्तर दिया। लो, यह रहा कोण।

बिन्दु को इस बात का पता चला गया कि कोण क्या चीज होती है।

– और कोण का शीर्ष! शीर्ष की बात तो तुम भूल ही गये, – नजानूं बीच में बोल पड़ा।

– मैं कुछ नहीं भूला हूँ! यह रहा – कोण का शीर्ष और यह रही उसकी भुजायें, – सदाखुश ने इशारे से दिखाया।

! सदाखुश ने जो कोण बनाया है तुम भी उसका शीर्ष और भुजायें दिखाओ। अब खुद कई सारे कोण बनाओ और हर कोण का शीर्ष व उसकी भुजायें दिखाओ। गिनकर बताओ कि तुमने कुल कितने कोण बनाये हैं।

–देखो, मैंने भी एक कोण बनाया है, –नजानूं बोला।

–नजानूं, तुम्हारा कोण सदाखुश के कोण से बड़ा है, –हरफन ने कहा।

–एक कोण दूसरे कोण से बड़ा है, इस बात का क्या मतलब हुआ? –नजानूं ने पूछा।

–मुझे यह साफ-साफ दिखाई दे रहा है पर समझाना मेरे बस की बात नहीं है, –हरफन ने जवाब दिया। यह सुनकर सदाखुश को बहुत आश्चर्य हुआ:

–क्या कोणों की तुलना की जा सकती है?

–क्यों नहीं, –लिख्खू ने उत्तर दिया। –मान लो, कि नजानूं का आसमानी रंग का कोण तथा सदाखुश का लाल कोण रंगीन तारों से बने हैं। इन दोनों कोणों को एक मेज पर एक दूसरे के ऊपर इस प्रकार रखो कि उनके शीर्ष एक दूसरे से मिल जायें तथा लाल कोण की एक भुजा आसमानी कोण की एक भुजा के ऊपर आ जाये। लाल कोण की दूसरी भुजा आसमानी कोण के **अन्दर** रह जाती है। इसका मतलब यही हुआ कि लाल कोण आसमानी **से छोटा** है अर्थात् आसमानी कोण लाल कोण **से बड़ा** है। समझे?

–नहीं, –नजानूं ने कहा। –मेरी समझ में तो यह बात आयी नहीं।

लिख्खू ने नजानूं को दिलासा दिलाया:

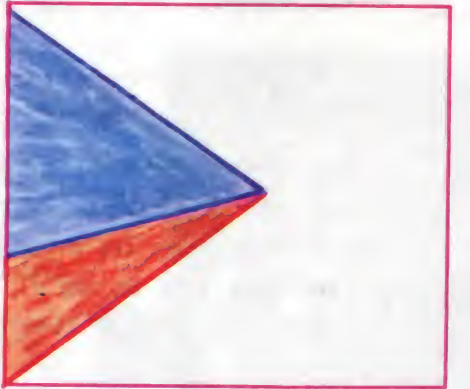
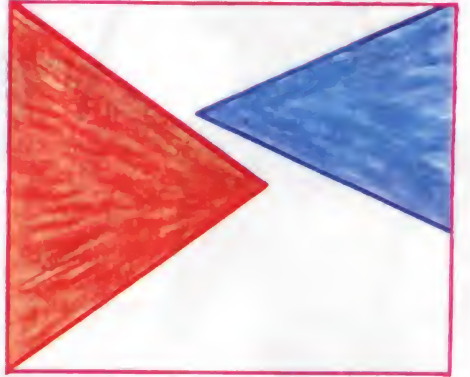
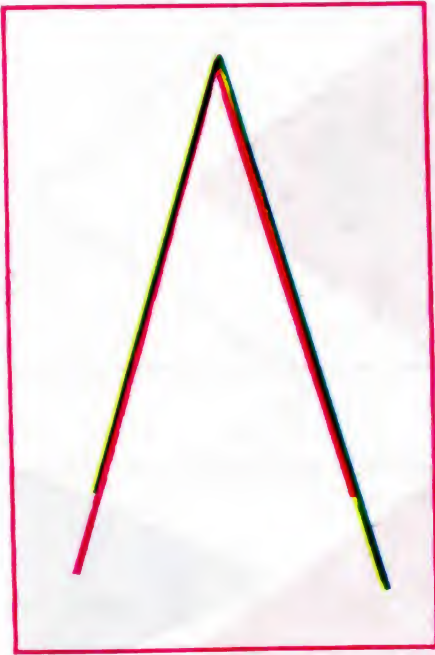
–कोई बात नहीं, मैं तुम्हें दूसरे ढंग से समझाता हूँ। देखो, मैं एक दूसरे कागज पर एक कोण खींचता हूँ। मैं इस कोण का भीतरी हिस्सा रंग देता हूँ जिससे कि यह कोण स्पष्ट दिखाई दे।

–तुम भी इस कागज पर एक कोण बनाओ और उसका भीतरी हिस्सा रंग दो। अब तुम एक कैंची लेकर इन दोनों कोणों को अलग काट लो।

—अच्छा! मैं समझ गया, —नजानूं खुश होता हुआ बोला। —अब मैं अगर दोनों कोण एक दूसरे के ऊपर रख दूँ तो मुझे पता चल जायेगा कि कौनसा कोण बड़ा है।

लिख्खू ने नजानूं से सहमत होते हुए कहा:

—तुम ठीक कहते हो! पर यह खयाल रखना है कि दोनों कोणों के शीर्ष एक दूसरे के ठीक ऊपर रहें।

—लाल कोण बड़ा है, —नजानूं ने सबको दिखाते हुए कहा।

इसके बाद सदाखुश और हरफन ने रंगीन तार लेकर एक-एक कोण बनाया और फिर वे दोनों कोणों की तुलना करके देखने लगे कि कौनसा कोण बड़ा है। उन्होंने दोनों कोणों को एक दूसरे के ऊपर इस प्रकार रखा कि उनके शीर्ष मिल जायें। उन्होंने देखा कि शीर्ष के साथ-साथ दोनों कोणों की भुजायें भी मिल गयी हैं। यह देखो:

– मेरा कोण और सदाखुश का कोण एक दूसरे के समान हैं, – हरफन बोला।

– अगर कोणों की भुजायें एक-दूसरे से मिल जाती हैं तो इसका मतलब यह हुआ कि कोण **समान** हैं।

! तुम भी तार लेकर दो कोण बनाओ और फिर उनकी आपस में तुलना करके देखो कि उनमें से कौनसा कोण बड़ा है। एक कागज पर दो कोण बनाकर उनको अलग-अलग रंगों से रंगकर काट लो और फिर उनकी आपस में तुलना करो।

लिख्खू, हरफन और नजानूं ने बहुत सारे कोण बनाकर उन्हें अलग-अलग रंगों से रंगकर काट लिया और फिर उनकी एक दूसरे के साथ तुलना की। इस प्रकार उनके पास रंग-बिरंगे कागज के टुकड़ों का ढेर लग गया। हरफन ने इन टुकड़ों को एक धागे के साथ बांध दिया जिससे एक सुन्दर माला बन गयी।

– इतनी सुन्दर माला को दीवाली के त्योहार तक संभाल कर रखना चाहिये, – नजानूं बोला।

सदाखुश इस समय अलग कोने में बैठा था। उसने इस काम में दोस्तों का बिल्कुल भी हाथ नहीं बंटाया था।

इतनी सुंदर माला को दीवाली के त्योहार तक संभाल कर रखना चाहिये।

–मैं कोणों के साथ और नहीं खेलना चाहता, –वह बुड़बुड़ाता हुआ बोला। –कोण बना रहे हैं, काट रहे हैं, उनकी तुलना कर रहे हैं। इससे क्या मिला? सिर्फ एक माला! किसलिये जाना है उनको? किसको आवश्यकता है इन कोणों की?

–क्या कह रहे हो? किसको? –लिख्खू चिल्लाकर बोला। –कोण सबको चाहियें। मिस्त्री को, इंजीनियर को, राज मिस्त्री को...

–वास्तुकार को, –हरफन ने लिख्खू की बात पूरी की। –मैं एक वास्तुकार को जानता हूँ। उनका नाम श्री आनन्द कुमार है। उन्होंने मुझको बताया है।

–वास्तुकार कौन होता है? वह तो नहीं, जो मकान बनाता है? –नजानूं ने पूछा।

–नहीं, मकान बनाने का काम राज-मिस्त्री करते हैं, वास्तुकार तो मकान का नक्शा बनाता है। मकान इसी नक्शे के अनुसार बनाया जाता है। चलो, हम सब श्री आनन्द कुमार के पास चलते हैं और देखते हैं कि किस प्रकार कागज पर मकान का नक्शा बनाया जाता है और तुम, सदाखुश, देखना कि नक्शा कितने कोणों से भरा होता है।

आनन्द कुमार ने मुसकराकर बच्चों का स्वागत किया।

–देखो, बच्चो, हम वास्तुकार लोग उन सभी चीजों का चित्र बनाते हैं जिनको बाद में मिस्त्री लोगों को बनाना होता है: दीवारें, छत, दरवाजे, खिड़कियां...

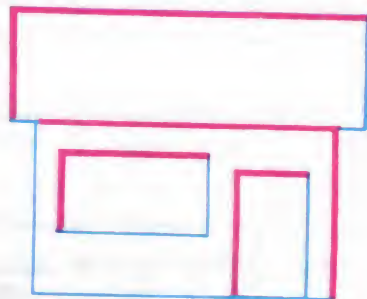
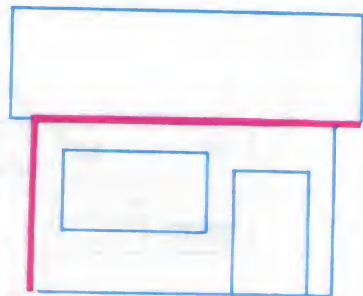
–पर इस नक्शे में कोण कहां हैं? मुझे तो वे दिखाई दे नहीं रहे, –सदाखुश से सब्र न रखा गया।

–तुम जरा ध्यान से देखो। उदाहरण के लिये, दीवार के कोने का खंड और छत के कोने का खंड परस्पर मिलकर एक कोण बना रहे हैं।

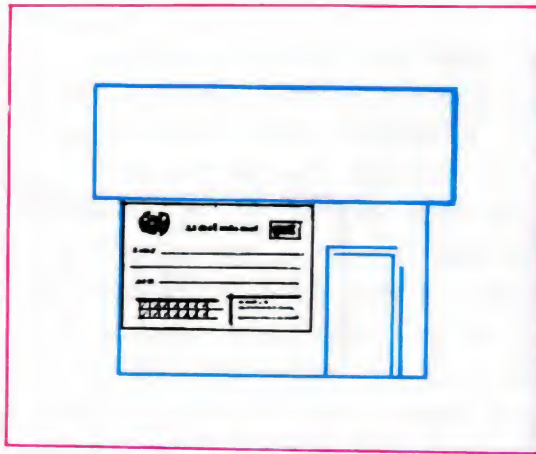
यह देखो, यह रहा एक और कोण। यह एक और... दिखाई दिया?

–हां, अब दिखाई दे रहा है। यहां पर बहुत सारे कोण हैं, पर मुझे ऐसा लग रहा है कि वे सभी एक दूसरे के समान हैं। ठीक कह रहा हूँ न?

–हां, इस नक्शे में सभी कोण एक दूसरे के समान हैं। इनको **समकोण** कहते हैं।

–क्या कह रहे हो, सारे कोण समान कहां हैं? –अचानक नजानूं चिल्लाया। –ये कोण बिल्कुल असमान हैं। वह देखो, खिड़की वाला कोण कितना छोटा है और दीवार तथा छत वाला कोण कितना बड़ा है!

—ओफ़-ओ ! नजानूं, क्या तुम भूल गये कि समान कोण कैसे होते हैं, — लिख्खू ने उसे फटकारा। — कोणों की भुजायें लंबी हैं या छोटी, इससे कोई फर्क नहीं पड़ता।

—कोणों को एक दूसरे के ऊपर रखकर देखना चाहिये। अगर एक कोण की भुजायें दूसरे कोण की भुजाओं के ऊपर आ जाती हैं तो इसका मतलब यह हुआ कि दोनों कोण एक दूसरे के समान हैं। याद आया तुम्हें ?

—हां, याद आ गया।

–अच्छा, –आनन्द कुमार बोले, –अब तुम इस बात की जांच कर सकते हो कि मेरे नक्शे के सभी कोण समकोण तथा एक दूसरे के समान हैं या नहीं। यह लो, एक पोस्ट कार्ड पकड़ो। इस कार्ड का प्रत्येक कोण समकोण है। कार्ड को नक्शे के कोणों के ऊपर रखो।

नजानूं ने कार्ड को इस प्रकार रख दिया :

–हां, भुजायें एक दूसरे को ढक लेती हैं। इसका मतलब यह हुआ कि दीवार और छत के बीच वाला कोण समकोण है। देखो, अब मैं इस कार्ड को दूसरी जगह पर इस प्रकार से रख देता हूँ। यहां पर भी भुजायें एक दूसरे को ढक लेती हैं जिसका मतलब यह हुआ कि खिड़की का कोण भी समकोण है। इसी तरह दूसरी खिड़कियों और दरवाजों के कोणों की जांच की जा सकती है। देखा, नक्शे के सभी कोण समकोण हैं।

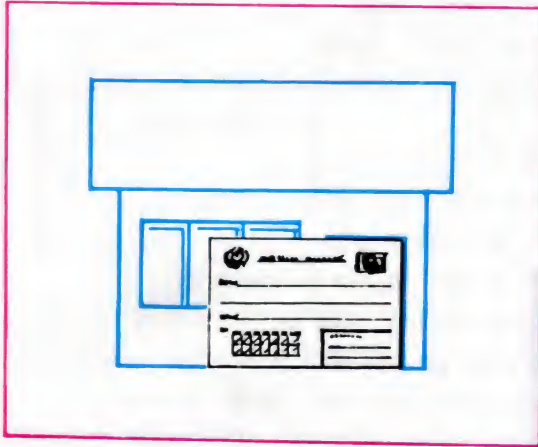
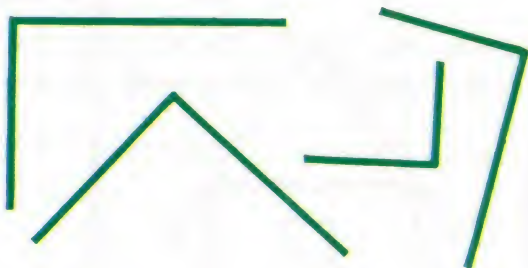
यह सुनकर हरफन बोल उठा :

–कार्ड की सहायता से हम एक समकोण भी खींच सकते हैं। इसको एक कागज पर रखकर पेंसिल से दोनों भुजायें खींची जा सकती हैं।

–हां, इस तरह से भी समकोण खींचा जा सकता है, –आनन्द कुमार बोले, –पर अगर तिकोन का प्रयोग किया जाये, तो ज्यादा अच्छा रहेगा।

–तुम देख रहे हो कि इस तिकोन का भी एक कोण समकोण है।

हरफन ने तिकोन लेकर बहुत सारे समकोण बना डाले।

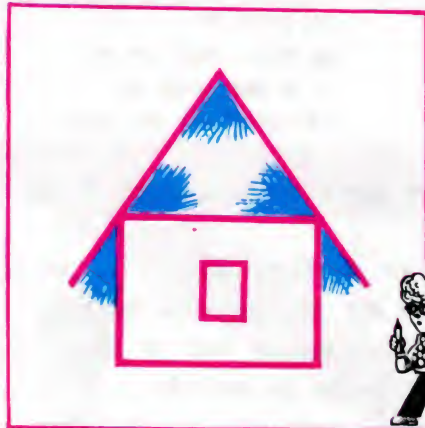
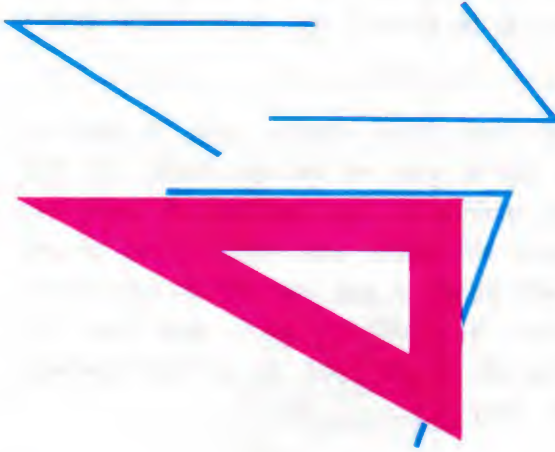
?

तुम भी एक तिकोन लेकर कई सारे समकोण बनाओ। गिनकर देखो कि तुमने कुल कितने समकोण बनाये हैं। क्या तुम बता सकते हो कि हरफन ने कुल कितने समकोण बनाये ?

जिस समय हरफन समकोण बनाने में व्यस्त था सदाखुश कहीं से ड्राइंग का एक बड़ा पैमाना उठा लाया और एक बाजीगर की तरह उस पैमाने को अपनी नाक पर टिकाने की कोशिश करने लगा। पैमाना बार-बार गिरता और सदाखुश के माथे तथा हाथों पर चोट मारता। पर सदाखुश ने हिम्मत नहीं हारी। उसने अपना खेल जारी रखा और तो और उसने एक नया गाना गुनगुनाना शुरू कर दिया :

मैं एक बाजीगर हूँ,
रखा हुआ है मैंने
एक पैमाना अपनी नाक पर,
जो कि बिना मुझसे पूछे
मेरी नाक पर चोट मार रहा है।

यह देखकर आनन्द कुमार ने सदाखुश से पैमाना ले लिया।

– ओफ, तुम भी कितने बेसब्र हो ! – वह बोले।
– क्या तुम सारी बातें जान तथा समझ गये हो ?

– क्यों नहीं, – सदाखुश तेजी से बोला। – सभी वास्तुकार केवल समकोण ही बनाते हैं।

यह सुनकर आनन्द कुमार हंसने लगे।

– तुम फिर जल्दी मचा रहे हो, सदाखुश! तुम जरा अब इस ड्राइंग को देखो: क्या ऊपर वाला कोण समकोण है?

– नहीं तो, – सदाखुश ने जवाब दिया। – यह कोण समकोण से छोटा है।

– तुम ठीक कहते हो। इस कोण को **न्यून कोण** कहते हैं। वह कोण जो समकोण से छोटा होता है न्यून कोण कहलाता है। देखो, मैं कुछ न्यून कोण बनाता हूँ:

यह स्पष्ट है कि प्रत्येक कोण समकोण से छोटा है। परन्तु कभी-कभी सिर्फ देखकर यह बताना काफी मुश्किल होता है कि अमुक कोण न्यून कोण है या नहीं।

जैसे कि यह कोण न्यून कोण है या नहीं? इस बात की जाँच करनी पड़ेगी। मैं तिकोन पकड़कर इस प्रकार रखता हूँ:

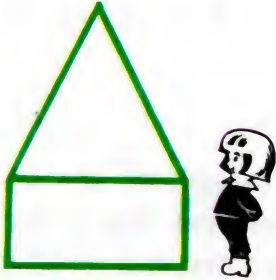
क्या तुम्हें दिखाई दे रहा है कि जो कोण मैंने अभी-अभी बनाया है वह समकोण से छोटा है। इसका मतलब यह हुआ कि वह न्यून कोण है।

इस पर नजानूं ने कहा:

– आपकी उस ड्राइंग में जो घर दिखाई दे रहा है मुझे उसके अन्दर और भी कई न्यून कोण दिखाई दे रहे हैं।

– हां, – लिख्खू ने उसकी हां में हां मिलाई। – उसके अन्दर कुल 5 न्यून कोण हैं। आनन्द चाचाजी, अगर आप आज्ञा दें तो मैं उनपर निशान लगा दूँ।

– हां, जरूर।

? इस ड्राइंग में एक घर बना हुआ है। इस घर में सभी न्यूनकोणों और समकोणों को दिखाओ। गिनकर बताओ इस घर में कुल कितने न्यूनकोण और कितने समकोण हैं। इस ड्राइंग में कुल कितने कोण हैं?

–आनन्द चाचाजी, कृपया यह बताने का कष्ट करें, –अचानक हरफन पूछ बैठा, –जो कोण समकोण से बड़े होते हैं उनका भी कोई नाम होता है?

–हां, –वास्तुकार ने मुसकराते हुए हरफन को जवाब दिया। –इन कोणों को **अधिक कोण** कहते हैं। तुम जरा इस ड्राइंग को देखो:

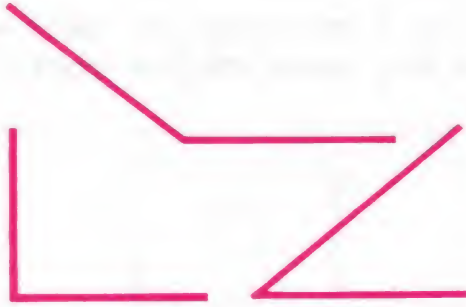
छत वाला कोण यहां पर अधिक कोण है: बिना जांचे ही साफ-साफ दिख रहा है कि वह समकोण से बड़ा है।

–क्या कारण है कि एक घर की छत का कोण तो न्यून कोण है और दूसरे घर की छत का कोण अधिक कोण है? घर अलग-अलग तरह के क्यों बनाये जाते हैं? –सदाखुश ने पूछा।

आनन्द कुमार ने बच्चों को समझाया:

–इस बात का संबंध मौसम से है। अगर छत का कोण अधिक कोण है तो जाड़े के दिनों में छत पर इतनी अधिक बर्फ़ जमा हो सकती है कि मकान ढह सकता है। इस कारणवश पहाड़ी इलाकों में मकानों की छतों के कोण न्यून कोण रखे जाते हैं। इस प्रकार की छत पर ज्यादा बर्फ नहीं जमा हो सकती। गर्म जगहों पर छत का कोण कैसा भी रखा जा सकता है, ज्यादातर वहां पर चपटी छत वाले मकान बनाये जाते हैं।

आनन्द कुमार ने बच्चों को और भी बहुत सारी काम की बातें बतायीं। उन्होंने उनको समझाया कि वास्तुकार लोग किस प्रकार मकानों की परियोजनाएं बनाते हैं, प्राचीन काल में विभिन्न देशों में किस प्रकार अलग-अलग तरह के घर बनाये जाते थे और आजकल बनाये जाते हैं। उन्होंने यह भी बताया कि वास्तुकारों को ज्यामिति की कितनी अधिक आवश्यकता पड़ती है।

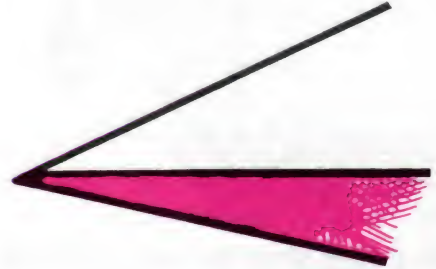
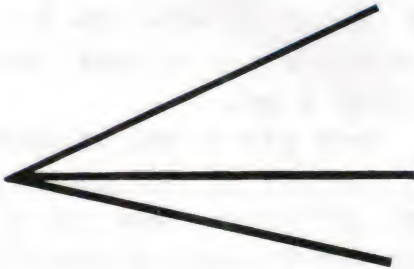
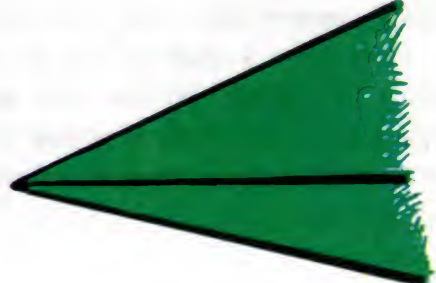
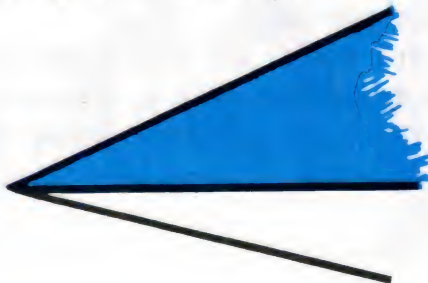
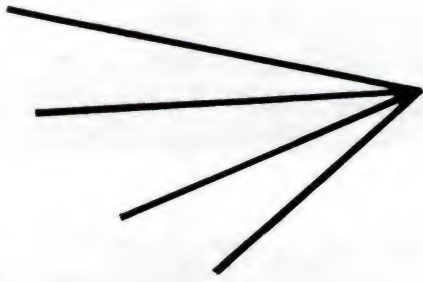
अभ्यास

1

बताओ, इन कोणों में से कौनसा कोण समकोण है, कौनसा कोण समकोण से छोटा और कौनसा समकोण से बड़ा है?

2

एक तिकोन लेकर इन कोणों की जांच करो और बताओ कि क्या इनके बीच में न्यून कोण हैं? और अधिक कोण भी हैं या नहीं? और समकोण? गिनकर बताओ कि इनमें कितने न्यून कोण, कितने अधिक कोण तथा कितने समकोण हैं?

3

इस चित्र में 3 कोण हैं।

सभी कोण अलग-अलग रंगों से दिखाये गये हैं। और इस चित्र में 6 कोण हैं।

इन कोणों को ढूंढ़ो और फिर अलग-अलग रंगों से रंगकर दिखाओ।

4

एक तिकोन लेकर दो समान न्यून कोण बनाओ।
इसके बाद दो असमान अधिक कोण बनाओ।

5

क्या यह बात सही है कि प्रत्येक न्यून कोण किसी भी अधिक कोण से छोटा है?

6

इस चित्र में दो न्यून कोण तथा दो अधिक कोण हैं। इनको दिखाओ।
तुम भी एक कागज पर इस प्रकार का चित्र बनाओ और फिर न्यून कोणों को एक रंग से और अधिक कोणों को किसी दूसरे रंग से रंगकर दिखाओ।

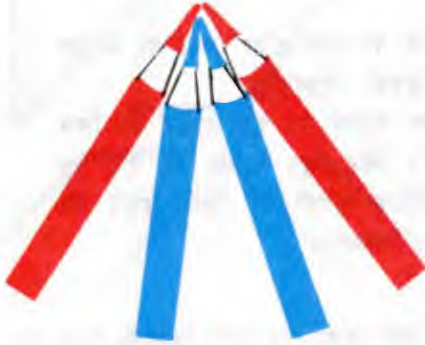
7

एक कागज लेकर मोड़ दो और फिर उसे सीधा कर दो। जिस जगह पर तुमने कागज मोड़ा था वहां पर एक सरल रेखा बन जायेगी। अब इस कागज को दूसरी तरह से मोड़ो और फिर सीधा कर दो।
उन कोणों को देखो जिन्हें तुमने पेंसिल और पैमाने के बिना खींच दिया है। इन कोणों को अलग-अलग रंगों से रंग दो।
इसी प्रकार कागज मोड़कर तुम समकोण प्राप्त कर सकते हो। क्या तुम जानते हो कि यह कैसे किया जा सकता है?

8

दो छड़ियां लेकर उनको एक दूसरे से इस प्रकार मिलाओ कि एक कोण बन जाये। दो तार लेकर कोण बनाओ। बताओ कि इस प्रकार तुमने कौन-कौनसे कोण बनाये ?

9

दोनों छड़ियों को इस प्रकार रखो कि एक न्यून कोण बन जाये। अब इन छड़ियों को इस प्रकार फैलाओ कि एक समकोण प्राप्त हो जाये। अगर इन छड़ियों को फैलाते जायें तो कौनसा कोण प्राप्त होगा ?
दो तार लेकर इसी प्रयोग को दोहराओ।

10

चार पेंसिलों को इस प्रकार रखो: कौनसा कोण बड़ा है – नीली पेंसिलों वाला या लाल पेंसिलों वाला ? नीली पेंसिलों को किस जगह पर रखा जाये कि उनका कोण लाल पेंसिलों के कोण से बड़ा हो जाये ?

11

बच्चों के खेलने के लिये मैदान में दो ससरौंवे बनाये गये: एक पीले रंग का और दूसरा हरे रंग का। उन कोणों की ओर ध्यान दो जिनकी ओर सदाखुश तथा नजानूं इशारा कर रहे हैं। दोनों दोस्त आपस में बहस कर रहे हैं: सदाखुश कह रहा है कि हरे ससरौंवे का कोण बड़ा है और नजानूं कह रहा है कि पीले ससरौंवे का। क्या तुम बता सकते हो कि दोनों में से किसकी बात ठीक है ? कौनसे ससरौंवे से जल्दी फिसला जा सकता है ?

12

एक छड़ी को चाकू से इस प्रकार छीला गया :

दूसरी को इस प्रकार :

क्या तुम बता सकते हो कि कौनसी छड़ी का कोण न्यून कोण है और कौनसी का अधिक कोण ?

कौनसी छड़ी आसानी से जमीन में गाढ़ी जा सकती है ?

13

इस घड़ी की ओर देखो। घड़ी की सूइयां भी तो कोण बना रही हैं।

दीवार की घड़ी में ठीक दो बजे हैं। क्या तुम बता सकते हो कि इस घड़ी की सूइयां कौनसा कोण बना रही हैं। पांच मिनट के बाद यह कोण इससे छोटा हो जायेगा या बड़ा ?

इस अलार्म घड़ी में पांच बजे हैं। इसकी सूइयां कौनसा कोण बना रही हैं ? यह कोण पांच मिनट बाद इससे छोटा हो जायेगा या बड़ा ?

और इस घड़ी में ठीक नौ बजे हैं। तुम देख ही रहे हो कि इसकी सूइयां एक समकोण बना रही हैं। क्या तुम बता सकते हो कि वे फिर कब समकोण बनायेंगी ?

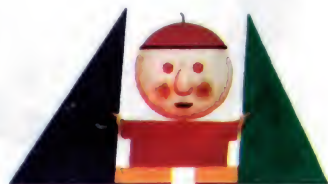
चारों दोस्त आनन्द कुमार का धन्यवाद करके लिख्खू के घर वापस आ गये। सदाखुश कहने लगा:

– क्या बिन्दु अपने दोस्तों के साथ मिलकर गंदे रबड़ को ढूंढ़ पायेगा? लुटेरे को सजा जरूर मिलनी चाहिये।

– हां, लिख्खू भाई, कृपया हमें आगे कहानी सुनाओ, – नजानूं ने प्रार्थना की। – मैं जानना चाहता हूँ कि आगे चलकर बिन्दु के साथ क्या घटना घटी।

– और उसे कौन-कौनसी नयी बातें पता चलीं, – हरफ़न ने नजानूं की बात पूरी की।

– ठीक है, लो, आगे की कहानी सुनो, – लिख्खू बोला।

ज्यामिति के देश में बिन्दु

नन्हा बिन्दु रो रहा है और परकार उसको चुप करा रहा है: – मत रो, बिन्दु, मत रो। हम इस लुटेरे रबड़ को ढूंढ़ निकालेंगे। हम उसे सजा देंगे और अच्छे काम करना सिखायेंगे।

बिन्दु और परकार रबड़ को ढूंढ़ने निकल पड़े। परकार आगे-आगे चल रहा था, वह लंबे-लंबे डग भर रहा था। पैर लंबे होने के कारण उसकी चाल बहुत तेज थी। नन्हा बिन्दु बहुत धीरे-धीरे चल रहा था। उसे परकार के साथ-साथ चलने में काफी दिक्कत हो रही थी। यह देखकर परकार ने उसे कंधे पर बिठा लिया और तेजी से आगे बढ़ने लगा। वह एक घंटा चला, दो घंटे... और फिर अचानक रुक गया: रास्ते में ढेर सारी स्याही बिखरी पड़ी थी। स्याही के उस सागर को कूदकर पार करना असंभव था, आगे बढ़ने का कोई दूसरा रास्ता भी नहीं था। यह सब रबड़ की शरारत थी।

– अब क्या किया जाये? – बिन्दु ने पूछा। – क्या हमें वापस लौटना पड़ेगा?

– नहीं! – परकार ने उत्तर दिया। – अगर अच्छी तरह से सोचा जाये तो कोई-न-कोई रास्ता निकल ही आयेगा। तुम्हें स्याही के इस सागर में कुछ द्वीप दिखाई दे रहे हैं? मैं उन तक पहुंच तो नहीं सकता, पर पुल तो बनाया जा सकता है।

– वह कैसे?

– हमारे दोस्त रेखा खंड किस काम आयेंगे? आओ, उनको सहायता के लिये बुलाते हैं।

जैसे ही परकार ने रेखाखंडों को पुकारा वे तुरंत वहां आ पहुंचे। एक रेखाखंड कूदकर

सबसे नजदीकी द्वीप पर जा पहुंचा। दूसरा रेखाखंड उस पर चलकर कोने पर जा खड़ा हुआ। वह इस कोने को पकड़कर अगले द्वीप पर जा पहुंचा। तीसरा रेखाखंड पहले दो को पारकर उससे अगले द्वीप पर जा पहुंचा, उसके पीछे चौथा, फिर पांचवां ... और देखते ही देखते पुल तैयार हो गया।

– कमाल है! – बिन्दु चिल्लाया। – पुल तैयार भी हो गया। कितनी बढ़िया रेखा बन गयी है। परकार भाई, इस रेखा का नाम क्या है? यह सरल रेखा तो है नहीं!

– इसे खंडित रेखा कहते हैं।

– कितना मजेदार नाम है – पंडित रेखा, – बिन्दु हंसता हुआ बोला। – किस चीज की पंडित है यह रेखा?

– पंडित नहीं खंडित रेखा। ध्यान से क्यों नहीं सुनते?

– तो क्या रेखाखंडों से खंडित रेखा भी बनाई जा सकती है?

– हां, – परकार ने उत्तर दिया। – हम लोग अब इस खंडित रेखा के रास्ते ही तो दूसरे किनारे पर पहुंचेंगे।

दोनों दूसरे किनारे पर पहुंच गये और आगे बढ़े। वे चलते गये, चलते गये – अब दूर कहीं एक शहर दिखाई दे रहा था। वे आगे बढ़कर उस शहर को पास से देखना चाहते थे पर रास्ते में एक चौकीदार खड़ा था जिसने उन्हें आगे बढ़ने से रोका।

– तुम हमें आगे क्यों नहीं जाने देते? – बिन्दु ने आश्चर्य में भरकर पूछा।

– यह रास्ता हमारे शहर की ओर जाता है। हम केवल उन्हीं लोगों को अपने शहर में आने देते हैं जो ज्यामिति के बारे में कुछ न कुछ जरूर जानते हैं और इसके साथ-साथ उसके बारे में और भी नयी-नयी बातें जानने की इच्छा रखते हैं।

—अगर ऐसी बात है तो मुझे जाने दो। मैं ज्यामिति के बारे में बहुत सारी बातें जानता हूँ।

—अच्छा, क्या-क्या बातें जानते हो?

—मैं जानता हूँ सरल रेखा, रेखाखंड, किरण, कोण, खंडित रेखा क्या होती हैं।

—बस! क्या तुम बता सकते हो कि त्रिभुज क्या चीज होती है?

—नहीं, मुझे नहीं पता।

—जानना चाहते हो?

—अवश्य।

परकार उनकी बातें ध्यान से सुन रहा था। अब वह भी बातों में शामिल हो गया। उसने तीन रेखाखंडों को पुकारा, ये तीनों रेखाखंड एक दूसरे के साथ इस प्रकार जुड़ गये :

—यह क्या चीज है? —परकार ने बिन्दु से पूछा।

—अरे, यह तो खंडित रेखा है, —बिन्दु चिल्लाकर बोला।

—ठीक, अब यह बताओ इसमें कितने रेखाखंड हैं?

—तीन।

—और कोण कितने हैं?

—अभी गिनकर बनाता हूँ। एक ... दो ... तीन। कोण भी तीन ही हैं।

—यही तो है—त्रिभुज। त्रिभुज के रेखा खंडों को त्रिभुज की भुजायें कहते हैं तथा कोणों के शीर्षों को त्रिभुज का शीर्ष कहते हैं।

—समझ गया, —बिन्दु ने सिर हिलाकर कहा। इसके बाद बिन्दु चौकीदार की ओर ध्यान से देखने लगा और बोला :

—अब मैं समझ गया तुमने मुझसे त्रिभुज के बारे में क्यों पूछा। तुम खुद भी तो त्रिभुज जैसे हो।

—ठीक कहते हो, —चौकीदार ने कहा। —हमारे शहर के सारे निवासी त्रिभुजाकार हैं और इसका नाम भी त्रिभुजों का शहर है।

—क्या अब तुम हमें त्रिभुजों के शहर में जाने दोगे?

—हां, तुम लोग जा सकते हो।

बिन्दु और परकार ने उस शहर में प्रवेश किया। बड़ा ही अजीब शहर था वह। शहर में हर चीज त्रिभुजाकार थी। मकान त्रिभुजाकार थे, मकानों के दरवाजे, खिड़कियां भी

त्रिभुजाकार थीं। सड़क के किनारे पर जो फूल लगे हुए थे वे त्रिभुजाकार थे। बागों में त्रिभुजाकार पेड़ों पर त्रिभुजाकार सेब व त्रिभुजाकार नाशपातियां लगी हुई थीं।

यह सब देखकर बिन्दु अपने आश्चर्य को छिपा न सका।

– परकार भाई, देखो तो सही, कितना बढ़िया नजारा है! चारों ओर त्रिभुज ही त्रिभुज हैं और सभी अलग-अलग तरह के हैं। देखो, वह त्रिभुज कितना लंबा और पतला है, देखकर हंसी आती है। और उस त्रिभुज की ओर देखो – कितना टेढ़ा हो गया है, पता नहीं खड़ा कैसे है?

– हां, – परकार बोला। – मैंने बहुत सारे त्रिभुज देखे हैं पर त्रिभुजों के इस शहर में मैं पहली बार आया हूँ। वाकई में यहां बहुत मजा आ रहा है।

अचानक बिन्दु और परकार को एक अजीब दृश्य दिखायी दिया। उनको एक मकान दिखायी दिया जो पता नहीं क्यों त्रिभुजाकार नहीं था। ऐसा लग रहा था जैसे किसी ने उसको तोड़ दिया हो।

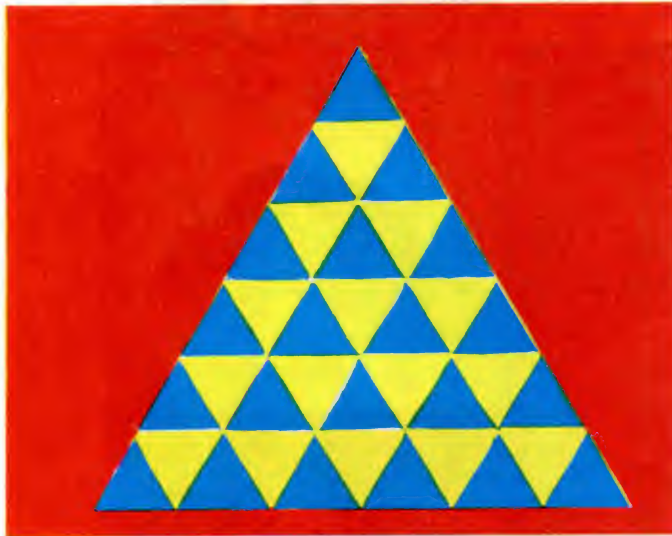
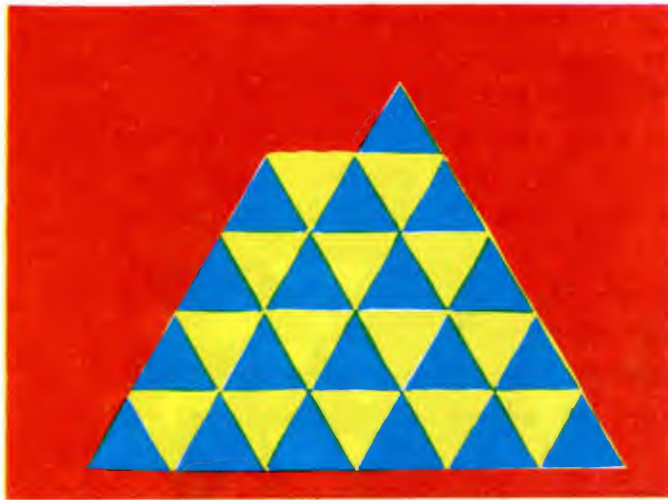
– इस मकान को किसने तोड़ा है? – बिन्दु गुस्से में भरकर बोला।

– यह लुटेरे रबड़ का काम है, – पास से निकलते एक त्रिभुज ने बताया।

– अच्छा? तो वह यहां भी पहुंच गया है? – परकार ने चिल्लाकर कहा।

– हां, उसने कल शाम हमारे शहर पर हमला कर दिया, बहुत सारे मकानों व पेड़ों को नुकसान पहुंचाया और कुछ को तो पूरी तरह से ही मिटा दिया। मिस्त्रियों को बहुत मेहनत करनी पड़ेगी: जल्दी से जल्दी इन सबकी मरम्मत करनी होगी।

बिन्दु और परकार टूटे हुए घर के पास आकर खड़े हो गये और देखने लगे कि किस प्रकार त्रिभुज-मिस्त्री ईंटें जोड़कर नयी दीवार बना रहे थे, ये ईंटें भी त्रिभुजाकार ही थीं।

फिर मिस्त्रियों ने इन ईंटों के ऊपर नयी ईंटें बिछा दीं, जिनके कोने ऊपर की ओर रखे और इन कोनों के बीच वाली खाली जगह नयी ईंटों से भर दी।

मिस्त्री लोग बहुत सफाई से काम कर रहे थे। जब उनको पता चला कि बिन्दु और परकार उनकी ओर देख रहे हैं तो उन्होंने मुसकराते हुए अतिथियों को आंख मारी और आंखों ही आंखों में आपस में कोई इशारा किया। इसके बाद उन्होंने मिलकर एक गाना गाना शुरू कर दिया।

मेरी ओर देखो, उसकी ओर देखो,
हम सब की ओर देखो।
हम सब के पास, हम सबके पास
हैं केवल तीन-तीन भुजायें।
तीन-तीन कोण और तीन-तीन ही शीर्ष हैं।
काम हमारा चाहे कितना भी मुश्किल क्यों न हो
करेंगे हम सदा उसको पूरा।
हमारे शहर में हैं सब एक दूसरे के मित्र,
और कहीं नहीं दिखायी देगी ऐसी मित्रता।
हमारा परिवार है त्रिभुजों का परिवार,
जानता है जिसको हर कोई।

गाने के साथ-साथ निर्माण के काम में और भी तेजी आ गयी थी और कुछ क्षणों बाद दीवार तैयार खड़ी थी।

– हमारे परिवार है त्रिभुजों का परिवार, जानता है जिसको हर कोई, – बिन्दु त्रिभुजों के गाने की आखिरी लाइन गुनगुनाने लगा, उसे यह गाना बहुत अच्छा लगा था। वह त्रिभुजों से बोला :

– रबड़ ने मेरे और परकार के भी

बहुत सारे कोण मिटा दिये और मुझे भी मिटाना चाहता था। मैं बाल-बाल बचा। हम लोगों ने उसे ढूंढ़ने का फैसला किया है। हम उसे सजा देना चाहते हैं। काफी खोज चुके हैं, अभी तक तो उसका कोई पता चला नहीं है।

– हमें भी इस बात का पता नहीं है, – त्रिभुजों-मिस्त्रियों ने जवाब दिया। पर हम भी चाहते हैं कि उसे सबक सिखाया जाये। चलो, हम सब मिलकर उसे ढूंढ़ते हैं। हमें भी साथ ले लो।

– ठीक है, – परकार ने जवाब दिया, – चलो, हमारे साथ हो जाओ।

– नहीं, – त्रिभुजों ने कहा, पैदल जाने में तो बहुत समय लग जायेगा। हम तुम लोगों से काफी ज्यादा तेज चल सकते हैं।

– वह कैसे? – परकार और बिन्दु ने एकस्वर में पूछा।

यहां पर आकर लिख्खू ने कहानी सुनाना बंद कर दिया और वह दम लेने लगा।

– बस, – वह बोला। – बाकी कहानी अगली बार सुनाऊंगा।

– मैं समझ गया, आगे का सफर वे लोग कैसे तय करेंगे, – सदाखुश ने विश्वास भरे शब्दों में कहा। – वे कार पर बैठकर जायेंगे। लिख्खू, मैं ठीक कह रहा हूँ न?

–मुझे नहीं पता ... हो सकता है कार पर जायेंगे। सदाखुश, तुम फिर जल्दी मचा रहे हो। अगली बार तक प्रतीक्षा करो।

–पर अब हम क्या करेंगे? –नजानूं ने पूछा।

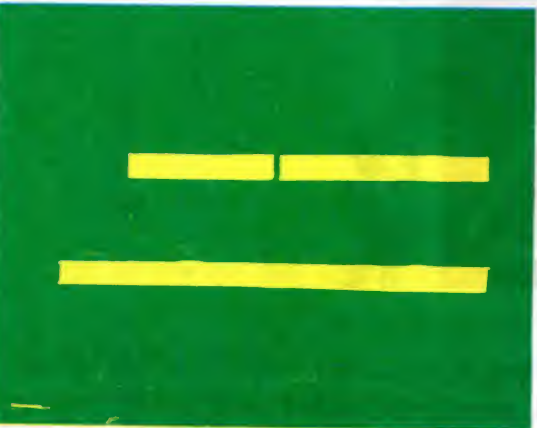
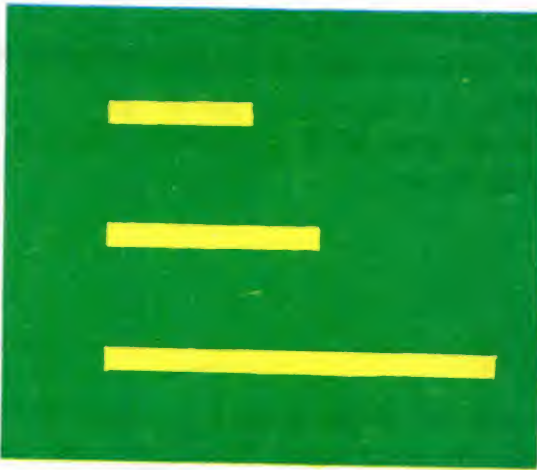
–यह भी कोई पूछने की बात है? –हरफन ने ताज्जुब दिखाते हुए कहा। –हम लोग त्रिभुज बना सकते हैं, छड़ियां लेकर उनको त्रिभुज की शक्ल में सजा सकते हैं ...

–यह भी कोई काम है–छड़ियों को त्रिभुज की शक्ल में सजाना! –सदाखुश नाक चढ़ाता हुआ बोला। –तीन छड़ियां लेकर उनके सिरे आपस में मिला दो, बस, त्रिभुज तैयार हो गया।

लिख्खू दांत निपोरने लगा और बोला:

–तुम क्या समझते हो कि कैसी भी तीन छड़ियां लेकर त्रिभुज बनाया जा सकता है?

सदाखुश ने तीन छड़ियां उठायीं और उनको एक त्रिभुज के रूप में सजा दिया।

तुम्हारा क्या विचार है–कैसी भी तीन छड़ियां लेकर उनको त्रिभुज के आकार में रखा जा सकता है या नहीं?

–अच्छा, –लिख्खू आगे बोला, –अब जरा इन तीन छड़ियों को पकड़ो और इनसे एक त्रिभुज बना कर दिखाओ।

–अभी लो, –सदाखुश तुरन्त बोला।

पर उसका चेहरा उतर गया क्योंकि उसके भरसक प्रयास करने पर भी त्रिभुज नहीं बन पाया।

सदाखुश हांफने लगा था, उसने छड़ियों के सिरों को इस प्रकार मिलाया और फिर इस प्रकार भी, पर हर बार दो छड़ियों के सिरे एक दूसरे से नहीं मिल रहे थे।

–अब, बोलो? –लिख्खू ने सदाखुश का मजाक उड़ाया।

–तुम ठीक कह रहे थे, –सदाखुश ने हार मान ली।

–आया मजा, –नजानूं बोला।

–देख लिया, –हरफन ने कहा।

यह कहकर चारों दोस्त हंसने लग पड़े। सदाखुश बोला:

–मैं गलत कह रहा था। इन तीन छड़ियों से त्रिभुज नहीं बनाया जा सकता।

–सच में ही नहीं बन सकता, –हरफन ने उसकी हां में हां मिलाते हुए कहा।

–देखो न, इन तीनों में से दोनों छोटी छड़ियां मिलकर भी तीसरी छड़ी से छोटी हैं।

–इसलिये, साथियो, तुम लोग याद कर लो, –लिख्खू बोला।

–तीन छड़ियों से एक त्रिभुज तभी बनाया जा सकता है जब इन तीन छड़ियों में से कोई भी दो मिलकर तीसरी से बड़ी होंगी।

–इसका मतलब यह हुआ कि किसी भी त्रिभुज की दो भुजायें मिलकर तीसरी से बड़ी होती हैं। मैं ठीक कह रहा हूँ न? –हरफन ने पूछा।

–हां।

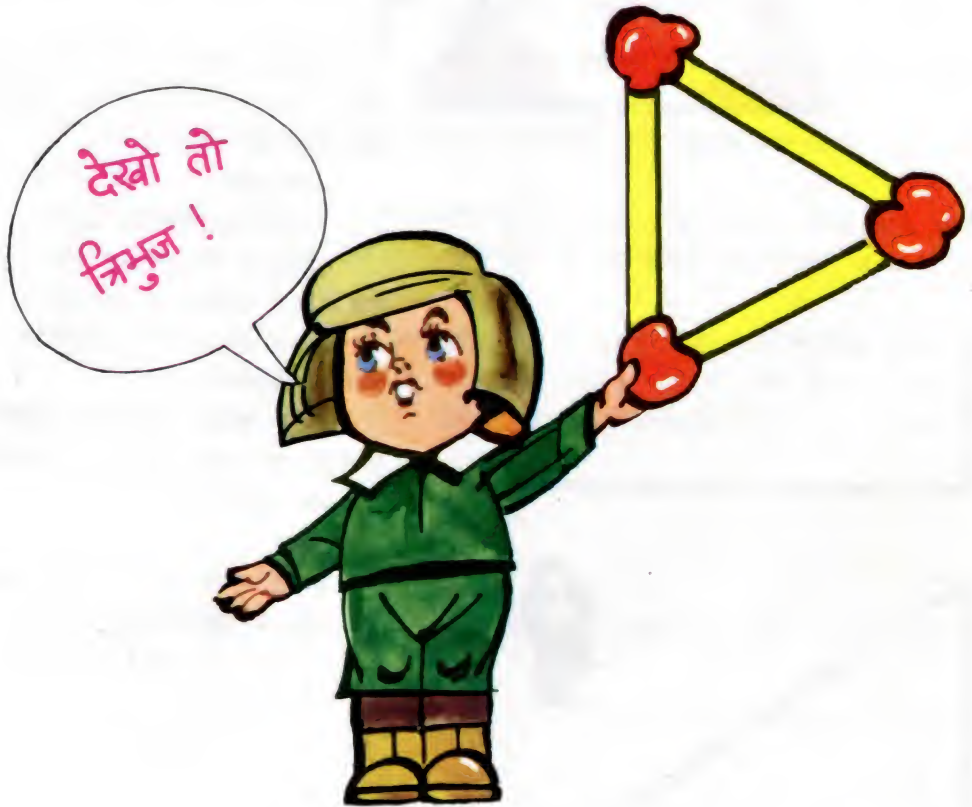
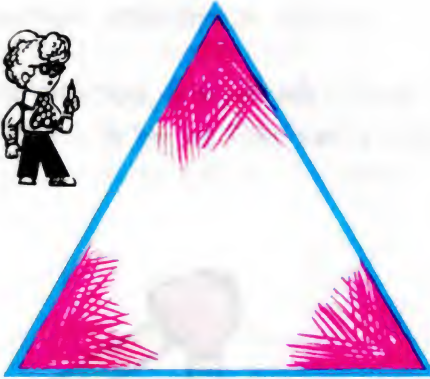
! छड़ियां लेकर एक त्रिभुज बनाओ। ध्यान रखो कि इन छड़ियों में से कोई भी दो छड़ियां मिलकर तीसरी से बड़ी हों। अब ऐसी तीन छड़ियां चुन लो जिनसे त्रिभुज बनाना असंभव है। समझाओ कि इनसे त्रिभुज क्यों नहीं बनाया जा सकता।

हरफन ने तीन एक जैसी छड़ियां लीं और उनको जोड़कर एक त्रिभुज बना दिया।

–तीन एक समान छड़ियों से हम हमेशा त्रिभुज बना सकते हैं, –उसने कहा।

–बिल्कुल ठीक कह रहे हो, –लिख्खू ने कहा। –ऐसे त्रिभुज के बारे में यह कहा जाता है कि इसकी सभी भुजायें एक दूसरे के समान हैं और इसीलिये इसको समबाहु त्रिभुज कहते हैं।

जिस समय लिख्खू यह बात बता रहा था हरफन ने प्लास्टिलीन लेकर अपने समबाहु त्रिभुज की तीनों छड़ियों को चिपका दिया।

– देखो तो सही, – हरफन दोस्तों से बोला। – मैंने त्रिभुज के सभी शीर्ष प्लास्टिलीन से चिपका दिये हैं। अब हम इस त्रिभुज को हाथ में पकड़ सकते हैं। वह टूटेगा नहीं।

? तुम भी तीन एक जैसी छड़ियां लेकर एक समबाहु त्रिभुज बनाओ। इसके बाद हरफन की तरह प्लास्टिलीन लेकर इस त्रिभुज के तीनों शीर्षों को चिपका दो। तुम्हारा त्रिभुज हाथ में लेने पर टूटता है या नहीं ?

—ध्यान से देखो, —लिख्खू बोला, —समबाहु त्रिभुज के सभी कोण भी एक दूसरे के समान हैं और प्रत्येक कोण न्यून कोण है।

—देखो, मैंने एक नयी बात सोची है, —अचानक नजानूं बीच में बोल पड़ा। —समकोण वाला त्रिभुज! क्या ऐसा संभव है?

—हां, संभव है, — लिख्खू ने जवाब दिया। इस प्रकार का त्रिभुज बहुत आसानी से बनाया जा सकता है।

—वह कैसे?

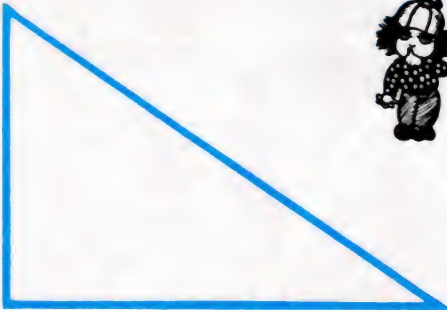
—पहले एक समकोण बनाओ।

नजानूं ने एक तिकोन लेकर कागज पर फट से एक समकोण बना दिया।

—अब तुम इस समकोण के खंडों के सिरों को मिला दो।

—बन गया! यह रहा समकोण वाला त्रिभुज। क्या तुम जानते हो कि ऐसे त्रिभुज को क्या कहते हैं?

—समकोण त्रिभुज।

नजानूं बहुत खुश हो रहा था। उसने कुछ और समकोण त्रिभुज बनाये।

तुम भी कुछ समकोण त्रिभुज बनाओ।

नजानूं काफी देर तक चुपचाप अपने कागज पर कुछ बनाता रहा और फिर सबको अपनी ड्राइंग दिखाते हुए बोला:

–और यह त्रिभुज अधिककोण वाला त्रिभुज है। लिख्खू, इस त्रिभुज को क्या कहते हैं?

सदाखुश हंसने लगा:

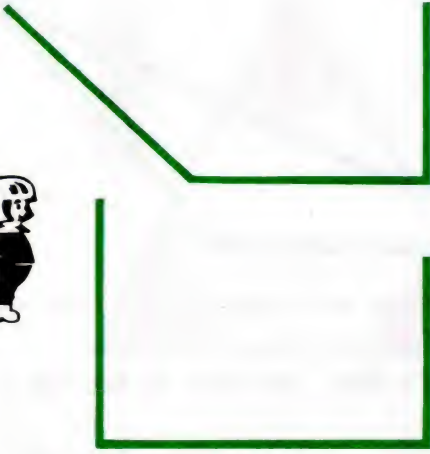
–तुम भी, नजानूं कहानी वाले नन्हे बिन्दु की तरह हो। वह भी हर किसी चीज के बारे में पूछता है: "इसका क्या नाम है?"। जाहिर है कि अधिक कोण वाले त्रिभुज को अधिकोणीय त्रिभुज कहते हैं।

नजानूं को यह बहुत बुरा लगा कि सदाखुश ने उसकी तुलना नन्हे बिन्दु के साथ की है।

–तो क्या हुआ? पूछने में क्या बुराई है? –उसने कहा। सदाखुश, तुम अपने को बहुत अक्लमंद समझते हो। अच्छा, जरा यह तो बताओ कि दो अधिककोणों वाले त्रिभुज को क्या कहते हैं?

सोच कर बताओ क्या दो अधिककोणों वाला त्रिभुज होता भी है या नहीं? देखें सदाखुश नजानूं को क्या उत्तर देता है?

सदाखुश समझ गया कि दो अधिककोणों वाला त्रिभुज बनाना असंभव है। तब तीनों रेखा खंडों में से दो इस प्रकार एक दूसरे से दूर हो जायेंगे:

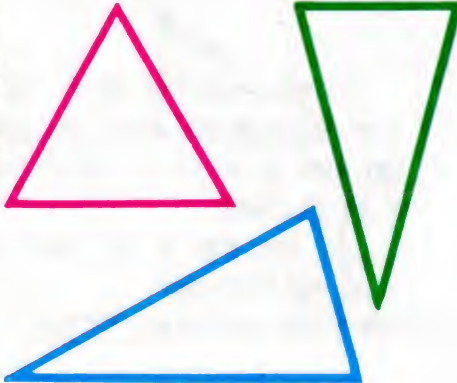
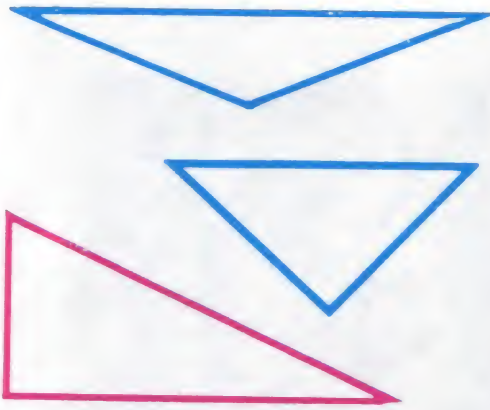
इन रेखा खंडों के सिरे किसी तरह से भी तो नहीं मिल पायेंगे।

–इस तरह के त्रिभुज भी नहीं होते, जिसमें एक कोण तो अधिककोण हो और दूसरा समकोण हो, – हरफ़न ने भी अपनी बात कही।

–और त्रिभुज में दो समकोणों का होना भी असंभव है।

!

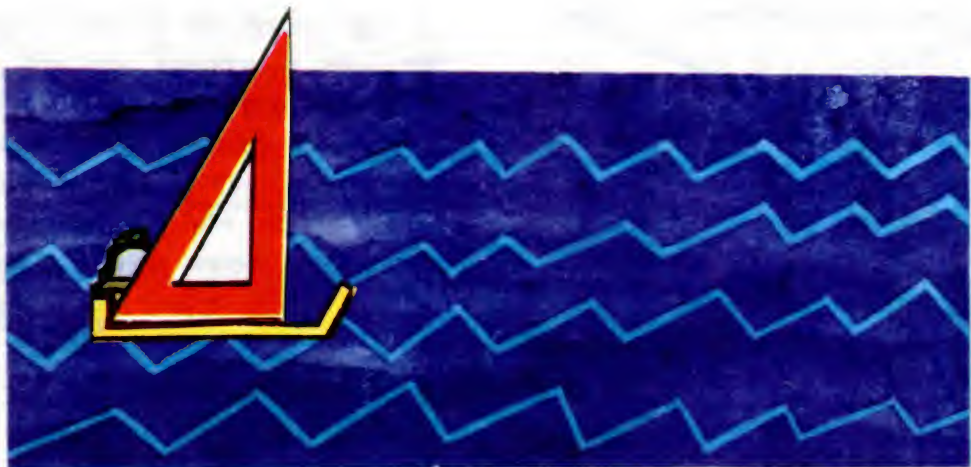
बताओ कि एक त्रिभुज में दो समकोणों का होना क्यों असंभव है तथा ऐसा त्रिभुज क्यों नहीं हो सकता जिसमें एक कोण तो अधिककोण हो और दूसरा – समकोण।

लिख्खू अपने दोस्तों का वार्तालाप बहुत ध्यान से सुन रहा था।

–हम लोगों को अब पता चल गया है कि त्रिभुज के कोण किस-किस प्रकार के हो सकते हैं, – उसने कहा। सब जान गये हैं कि त्रिभुज के तीनों कोणों में से दो अवश्य ही न्यूनकोण होने चाहियें। तीसरा कोण कैसा भी हो सकता है या तो न्यूनकोण या समकोण या अधिककोण।

अगर तीसरा कोण न्यूनकोण है तो इस प्रकार के त्रिभुज को न्यूनकोण त्रिभुज कहते हैं। और अगर वह समकोण है तो त्रिभुज समकोण त्रिभुज होगा और अगर अधिककोण – तो अधिकोणीय त्रिभुज। याद हो गया?

– हां, – सबकी ओर से नजानूं ने उत्तर दिया। – पर मैं पढ़ते-पढ़ते थक गया हूं। आओ, बाहर सड़क पर चलकर खेलते हैं।

सब दोस्त दौड़कर बाहर आ गये और खेलने लगे। जब भी इस बात का फैसला करना होता कि कौन चोर बनेगा और कौन सिपाही, सदाखुश बहुत खुश होकर

नयी गिनती का इस्तेमाल करता। उसने इस गिनती को कहानी सुनते समय ही सोच लिया था। यह रही उसकी गिनती:

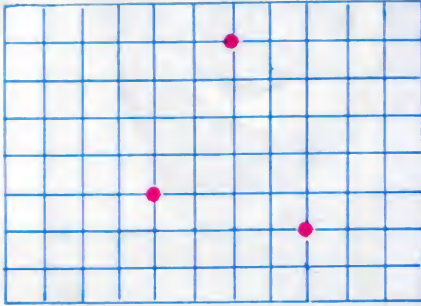
एक, दो, तीन, चार
बिन्दु निकले घर से बाहर।
रबड़ ने मिटा दिया
इनमें से एक बिन्दु,
हाय, एक बिन्दु।
क्या किया जाये, क्या होगा
मच गया शोर।
होगा क्या, होगा क्या
बनेंगे वही बिन्दु अब चोर।

चारों दोस्त शाम तक खेलते रहे। रात को जब सब सो रहे थे नजानूं को एक सपना दिखायी दिया। उसे लगा जैसे कि वह एक बहुत प्रसिद्ध यात्री है और ज्यामिति देश की यात्रा कर रहा है। उसने तीन रेखा-खंडों वाली एक खंडित रेखा से अपने लिये एक नाव बनायी और इसके बाद बहुत सारे रेखा-खंडों वाली एक बहुत लंबी खंडित रेखा से एक समुद्र बनाकर उसने अपनी नाव में बैठकर इस समुद्र की यात्रा की।

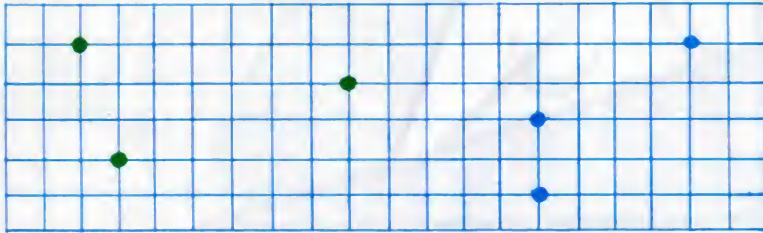
फिर वह पहाड़ों की यात्रा पर निकल पड़ा। पहाड़ बहुत ऊँचे थे परन्तु नजानूं बहुत आसानी से सबसे ऊँचे पहाड़ की चोटी पर चढ़ गया।

अब नजानूं को ऐसे लगा जैसे कि सारे पहाड़ त्रिभुजों में परिवर्तित होते जा रहे हैं। उन्होंने नजानूं को घेर लिया और उससे पूछना शुरू कर दिया : "मेरा नाम बताओ"... "मैं कौनसा त्रिभुज हूँ?" ... "और मैं कौनसा? जरा मेरा नाम भी तो बताओ!" नजानूं को चारों ओर त्रिभुज ही त्रिभुज दिखाई दे रहे थे। उसकी समझ में नहीं आ रहा था कि किस त्रिभुज को उत्तर दे। वह बेचारा घबरा गया और चुप खड़ा हो गया। यह देखकर एक त्रिभुज आगे बढ़ा और उसने चिल्लाकर कहा : "चुप हो जाओ! उससे मत पूछो। वह शायद कुछ भी नहीं जानता। हमें उसे सब कुछ दिखाना पड़ेगा।" इसके बाद एक बड़ी अजीब घटना घटी। उस त्रिभुज ने अपना आकार बदलना शुरू कर दिया। जरा सी देर पहले वह अधिकोणीय त्रिभुज था पर अब अचानक समकोण त्रिभुज बन गया ... फिर न्यूनकोण त्रिभुज बन गया। नजानूं आश्चर्यभरी नजरों से उस त्रिभुज को रूप बदलते देखे जा रहा था और वह त्रिभुज हंस-हंसकर बोले जा रहा था :

पहचान सकता है मुझको,
आसानी से नर्सरी का भी बच्चा।
मैं हूँ अधिक-, सम-, न्यूनकोण त्रिभुज,
जानता है मुझको हर कोई बच्चा।

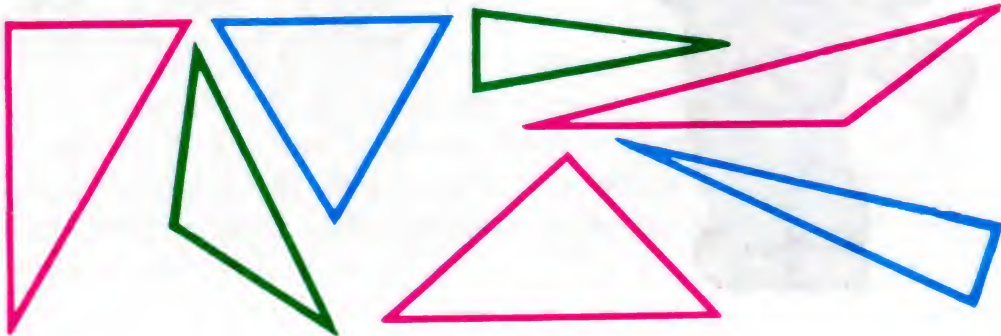
"मैं भी त्रिभुजों के बारे में सब बातें जानता हूँ..." नजानूं ने चिल्लाकर बताना चाहा परन्तु इतने में उसकी नींद खुल गयी।

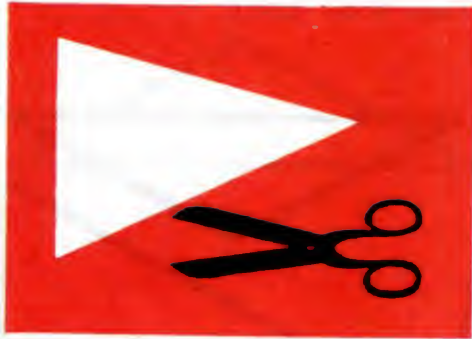
अभ्यास

1

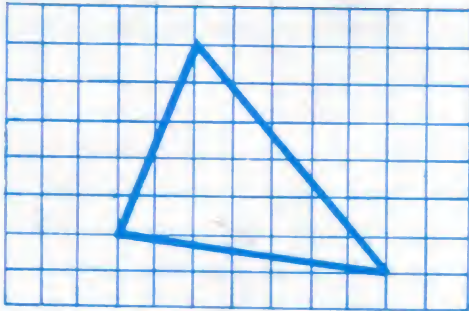
ग्राफ-पेपर पर तीन बिन्दु इस प्रकार बनाओ: अगर इन तीनों बिन्दुओं को रेखा-खंडों की सहायता से मिला दिया जाये तो वे एक त्रिभुज के शीर्ष बन जायेंगे। इन बिन्दुओं को रेखा-खंडों की सहायता से मिलाओ और बताओ कि कौनसा त्रिभुज बना? ये बिन्दु किस त्रिभुज के शीर्ष होंगे?

2

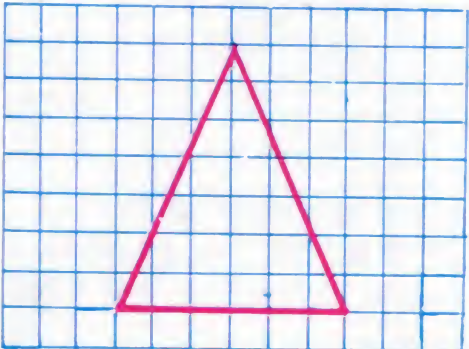
ग्राफ-पेपर पर अब तीन बिन्दु इस तरह से बनाओ कि वे एक न्यूनकोण त्रिभुज के शीर्ष बन जायें। अब तीन और बिन्दु इस प्रकार बनाओ कि वे समकोण त्रिभुज के शीर्ष बन जायें। और फिर तीन और बिन्दु – अधिकोणीय त्रिभुज के।

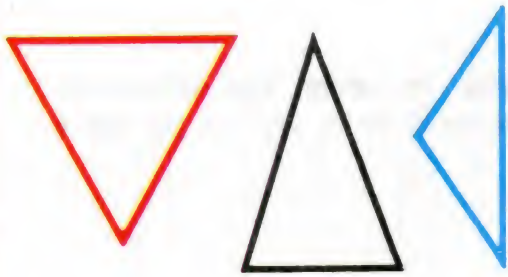
3

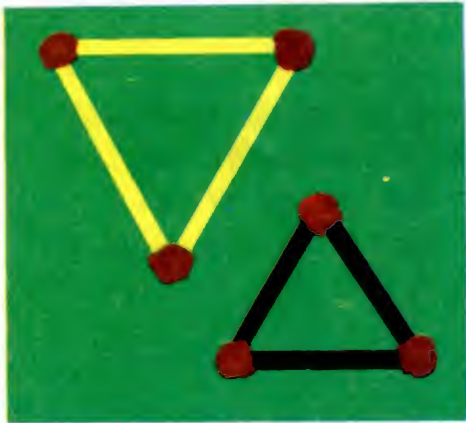
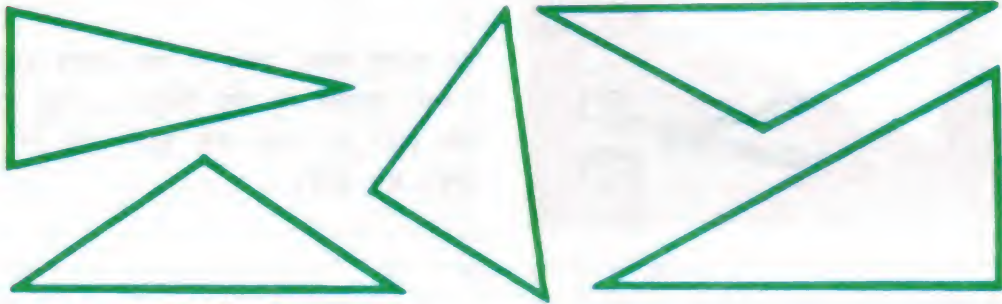
दिये गये त्रिभुजों में न्यूनकोण त्रिभुज, समकोण त्रिभुज तथा अधिकोणीय त्रिभुज ढूंढ़ो।

4

बिना लाइन वाले एक कागज पर एक न्यूनकोण त्रिभुज, एक समकोण त्रिभुज और एक अधि-कोणीय त्रिभुज बनाओ। हर त्रिभुज को अलग-अलग रंग से रंग दो और फिर उन्हें कैंची से काट दो।

5

एक कागज लेकर उसमें से एक त्रिभुज काटो। सोचकर बताओ कि उस त्रिभुज को एक सरल रेखा द्वारा इस तरह कैसे काटा जाये कि दो त्रिभुज बन जायें।

6

ग्राफ-पेपर पर वैसा ही एक त्रिभुज बनाओ। इस त्रिभुज के शीर्ष दिखाओ। उसकी सबसे छोटी तथा सबसे लंबी भुजा को ढूंढ़ो।

7

इस त्रिभुज की दो भुजायें एक दूसरे के समान हैं। उनको दिखाओ। दो भुजाओं वाले त्रिभुज को समद्विबाहु त्रिभुज कहते हैं। यहां और कुछ समद्विबाहु त्रिभुज दिखाये गये हैं। इन त्रिभुजों की एक समान भुजाओं को दिखाओ।

8

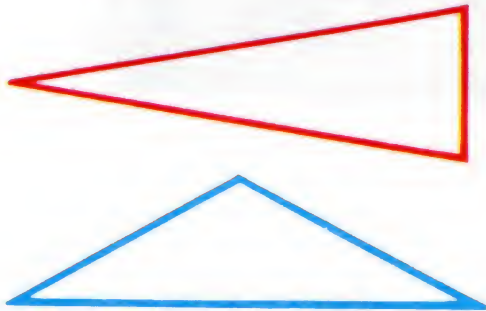
इन त्रिभुजों में समद्विबाहु त्रिभुज हैं या नहीं? अगर हैं तो कितने?

9

छड़ियों को प्लास्टिलीन की सहायता से चिपकाकर दो समबाहु त्रिभुज बनाओ। इन दोनों त्रिभुजों को एक दूसरे के ऊपर रखकर तुम इस बात की पुष्टि कर सकते हो कि उनके सभी समानुरूप कोण भी आपस में बराबर हैं।

10

समबाहु त्रिभुज की सभी भुजायें एक दूसरे के समान होती हैं। इसका मतलब यही है कि उसमें दो भुजायें भी एक दूसरे के समान हैं। इसलिये हम यह भी कह सकते हैं कि प्रत्येक समबाहु त्रिभुज समद्विबाहु त्रिभुज भी होता है। सोचकर बताओ कि क्या यह कहा जा सकता है कि प्रत्येक समद्विबाहु त्रिभुज समबाहु त्रिभुज भी होता है।

11

एक ऐसा समद्विबाहु त्रिभुज बनाओ जो समबाहु त्रिभुज न हो।

12

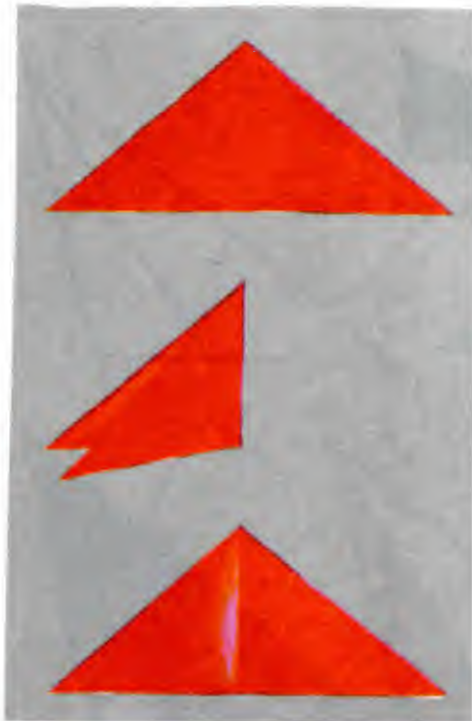
यह एक समद्विबाहु न्यूनकोण त्रिभुज है।

और यह एक समद्विबाहु अधिकोणीय त्रिभुज है।

एक समद्विबाहु समकोण त्रिभुज बनाओ। ऐसा त्रिभुज ग्राफ पेपर पर आसानी से बनाया जा सकता है।

13

कैंची लेकर एक कागज में से एक समद्विबाहु त्रिभुज काटो।

इस त्रिभुज को ठीक बीच में इस प्रकार मोड़ो:

अब इस त्रिभुज को सीधा कर दो और मुड़ी हुई जगह पर से काट दो।

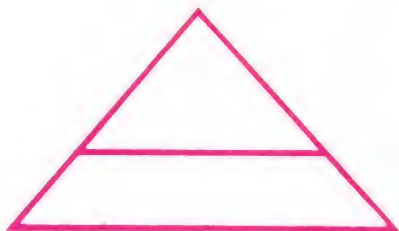
तुम देखोगे कि तुमने दो समकोण त्रिभुज काट दिये हैं। इनको एक दूसरे के ऊपर इस प्रकार रखो कि वे एक दूसरे को पूरा-पूरा ढक लें। ये दोनों त्रिभुज एक दूसरे के समान हैं।

14

दो भिन्न रंग वाले कागजों में से दो समान समकोण त्रिभुज काटो।

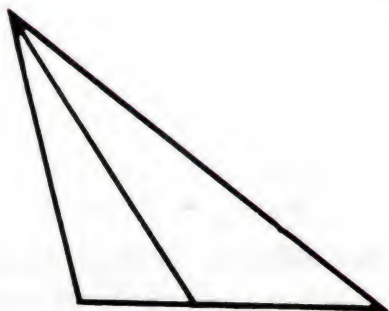
पहले इन दोनों त्रिभुजों को एक दूसरे के पास इस प्रकार से रखो:

और फिर इस प्रकार से:

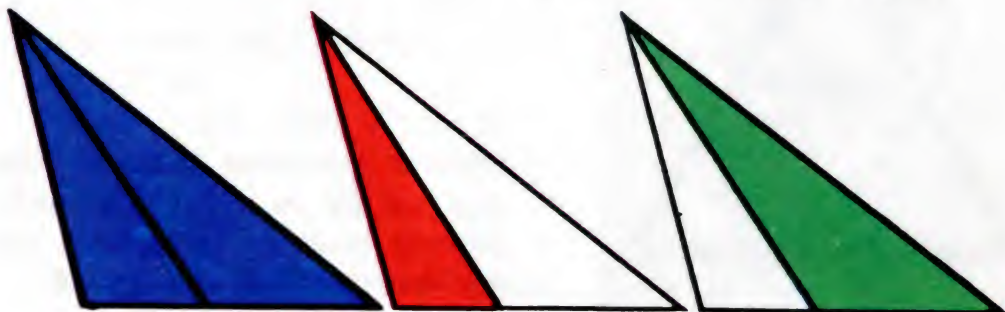
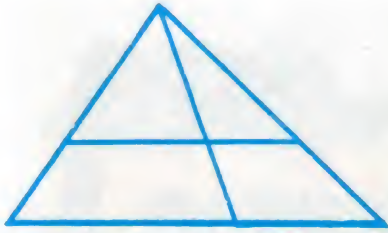
तुम यह देखोगे कि दोनों बार समद्विबाहु त्रिभुज ही बने हैं।

15

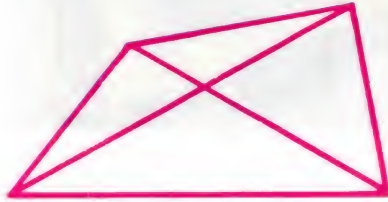
बैंच से फौवारे तक पहुंचने के दो रास्ते हैं। क्या तुम बता सकते हो कि कौनसा रास्ता छोटा है?

16

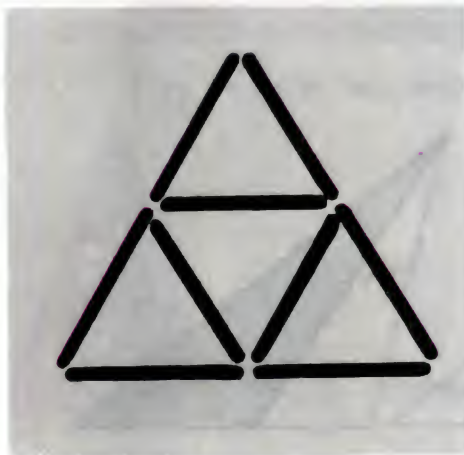
इस ड्राइंग में दो त्रिभुज हैं। क्या तुम उनको दिखा सकते हो?

इस ड्राइंग में तीन त्रिभुज हैं।

अब वे अलग-अलग रंगों से रंगे हुए हैं।

6*

इस ड्राइंग में छः त्रिभुज हैं।

और इसमें – आठ।

उनको ढूंढ़ो।

17

माचिस की तीन तीलियों से एक त्रिभुज बनाया जा सकता है। क्या तुम बता सकते हो कि पांच तीलियों से दो त्रिभुज कैसे बनाये जा सकते हैं?

18

माचिस की कुछ तीलियां लेकर पांच त्रिभुज बनाये गये हैं। इन त्रिभुजों को दिखाओ। बताओ कि कौनसी तीन तीलियां हटायी जायें ताकि केवल एक त्रिभुज बाकी रह जाये?

अगली बार जब चारों दोस्त इकट्ठे हुए तो नजानूं ने सबको अपने सपने की बात बतायी। उसने बताया कि किस तरह से सपने में वह समुद्र की यात्रा कर रहा था और फिर पहाड़ों पर चढ़ता हुआ किस तरह से त्रिभुजों के बीच जा पहुंचा। वह उस त्रिभुज की नकल करके दिखाने लगा जो अपना आकार बदल रहा था। उसने दोस्तों को उस त्रिभुज का गाना गाकर सुनाया :

– हम कब तक नर्सरी के बच्चे कहलायेंगे? मैं स्कूल में पढ़ना चाहता हूँ, मैं स्कूल का छात्र बनना चाहता हूँ, – सदाखुश ने कहा। – चलो, स्कूल चलते हैं।

लिख्खू हंसने लगा :

– तुम क्या कह रहे हो, सदाखुश! अभी हमको स्कूल में दाखिला नहीं मिलेगा। हमारी उम्र छोटी है।

– ओफ, बड़े अफसोस की बात है! ... चलो, कम से कम स्कूल में जाकर देखें तो सही कि वहां पढ़ाई कैसे होती है।

स्कूल में शांति छायी हुई थी। कमरों में सूरज की किरणें पड़ रही थीं। बच्चे एक कक्षा

के दरवाजे के पास आकर खड़े हो गये। सदाखुश ने जरा सा दरवाजा खोलकर कमरे में झांका।

कक्षा खाली थी और शायद पढ़ाई खत्म हो चुकी थी, विद्यार्थी घर जा चुके थे। मेज के पास एक कुर्सी पर अध्यापिका बैठी हुई थीं और बच्चों की कापियां जांच रही थीं। सदाखुश को देखकर अध्यापिका मुस्कराने लगीं और बोलीं:

– सदाखुश? क्या तुम अकेले आये हो?

– नहीं तो, मेरे दोस्त भी आये हैं। हम लोग स्कूल देखने आये हैं।

– अच्छा। आओ, सब लोग अंदर आ जाओ। चलो, परिचित हो जायें। मेरा नाम श्रीमती शोभा गुप्ता है और तुम सबको तो मैं जानती ही हूँ।

सदाखुश, नजानूं, हरफन और लिख्खू बड़ी दिलचस्पी से कक्षा के अंदर पड़ी चीजों को देखने लगे!

श्रीमती गुप्ता ने कहा:

– ये डेस्क हैं। पढ़ाई करते समय बच्चे इनपर बैठते हैं। यह इस कक्षा का श्यामपट्ट है और यह चाक है। हम अक्सर इस श्यामपट्ट पर लिखते हैं, ड्राइंग बनाते हैं। अगर चाहो, तो तुम लोग भी इस श्यामपट्ट पर चाक से कुछ बना सकते हो। हरफन, चलो तुम श्यामपट्ट के पास पहुंचो और बाकी बच्चे डेस्कों पर बैठ जायें।

– जैसेकि हम विद्यार्थी हों। क्या हम लोग स्कूल का खेल खेलेंगे? – सदाखुश ने प्रसन्न होकर पूछा।

– हां, – श्रीमती गुप्ता बोलीं, – तुम लोग कुछ देर तक स्कूल का खेल खेल सकते हो। पर तुम सब चुपचाप बैठे रहो। केवल हरफन श्यामपट्ट के पास खड़ा होकर मेरे प्रश्नों का उत्तर देगा। अच्छा, हरफन, तुम यह तो बताओ कि श्यामपट्ट पर तुम क्या बना रहे हो?

–मैं एक समकोण त्रिभुज की ड्राइंग बना रहा हूँ।

–क्या तुम सचमुच में जानते हो कि त्रिभुज क्या होता है और समकोण क्या होता है? –श्रीमती गुप्ता ने आश्चर्य-चकित होकर पूछा।

–जी हां, मैं ही नहीं, मेरे दोस्त भी यह सब बातें जानते हैं। आपको पता नहीं, हम सब लिख्खू के साथ बैठकर ज्यामिति का अध्ययन कर रहे हैं।

–शाबाश! मुझे यह जानकर बहुत खुशी हो रही है। तुम जो कुछ भी जानते हो उसका लाभ तुम्हें स्कूल में पढ़ाई करते समय प्राप्त होगा। अच्छा, जरा यह तो बताओ, तुम लोगों ने क्या-क्या बातें सिखी हैं? –श्रीमती गुप्ता ने लिख्खू से पूछा। –क्या तुमने अपने दोस्तों को चतुर्भुजों के बारे में भी कुछ बताया है?

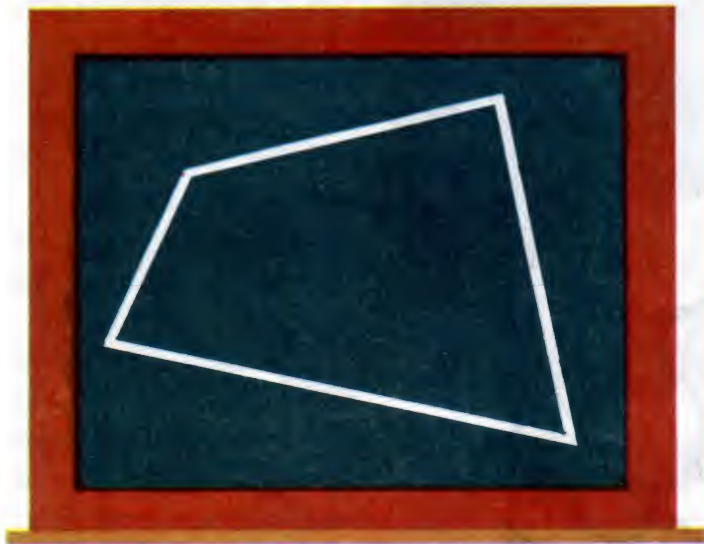
–नहीं, मौका ही नहीं मिला।

–तब ठीक है, मैं तुम लोगों को चतुर्भुजों के बारे में बताती हूँ। अगर हम स्कूल का खेल खेलते हैं तो मैं तुम लोगों को कुछ बताऊंगी और फिर तुम लोगों से सवाल भी करूंगी।

–क्या आप हम लोगों को नम्बर भी देंगी? –सदाखुश ने बेसब्री से पूछा।

– नहीं, नम्बर नहीं दूंगी। नम्बर तुम्हें तभी मिलेंगे जब तुम लोग स्कूल में दाखिल हो जाओगे। – अच्छा, अब इधर देखो। मैं श्यामपट्ट पर एक चतुर्भुज बनाती हूँ।

– नजानूं, क्या तुम बता सकते हो कि इसको चतुर्भुज क्यों कहते हैं?

– शायद इसलिये कि इसमें चार कोण हैं।

क्या तुम बता सकते हो कि नजानूं का उत्तर सही है या गलत?

– ठीक कह रहे हो, – श्रीमती गुप्ता बोलीं। – हरफन, इन कोणों के शीर्ष दिखाओ। इनको चतुर्भुज के शीर्ष कहते हैं।

– ये रहे, – हरफन ने दिखाया। और ये चतुर्भुज के कोण हैं। इनकी संख्या भी चार ही है।

तुम भी श्रीमती गुप्ता के बनाये चतुर्भुज के शीर्ष और भुजायें दिखाओ।

– शाबाश, हरफन, – श्रीमती गुप्ता ने उसकी प्रशंसा की।

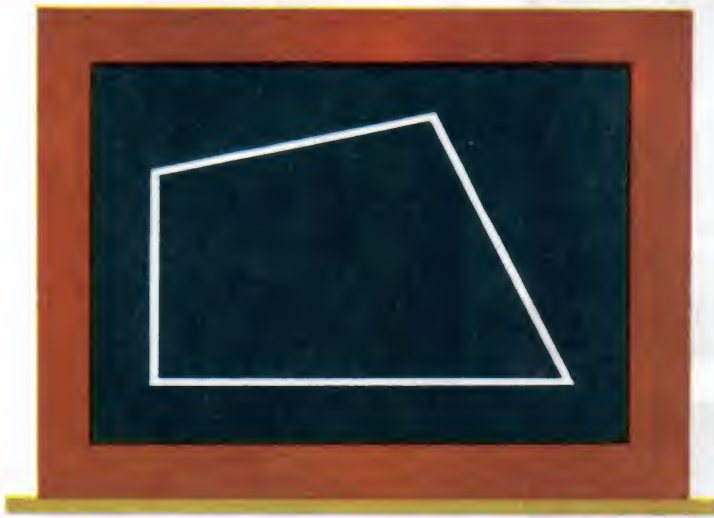
–अच्छा, अब खुद भी कोई चतुर्भुज बनाओ। इसके बाद तुम में से हर कोई श्यामपट्ट के पास जाकर एक-एक चतुर्भुज बनायेगा।

सबसे पहले हरफन ने श्यामपट्ट पर चतुर्भुज बनाया।

फिर सदाखुश ने।

उसके बाद लिख्खू ने।

!

तुम भी एक कागज लेकर उस पर कुछ चतुर्भुज बनाओ।

सबसे आखिर नजानूं की बारी आयी। वह बड़ी अकड़ के साथ चल रहा था। श्यामपट्ट के पास पहुँचकर वह बोला :

– मैंने कहीं पर "आयत" शब्द सुना है। मैं अब तुम लोगों को श्यामपट्ट पर एक आयत बनाकर दिखाता हूँ।

– तुमने कैसे समझा कि यह एक आयत है? – श्रीमती गुप्ता ने ताज्जुब से पूछा।

– उसमें समकोण जो है। यह रहा वह समकोण।

– हां, पर उसमें केवल एक कोण ही तो समकोण है। याद रखो, आयत के चारों कोण समकोण होते हैं। लिख्खू, तुम जरा एक आयत बनाकर दिखाओ।

तुम भी एक आयत बनाकर दिखाओ। इस काम के लिये ग्राफ-पेपर ज्यादा उपयुक्त रहेगा।

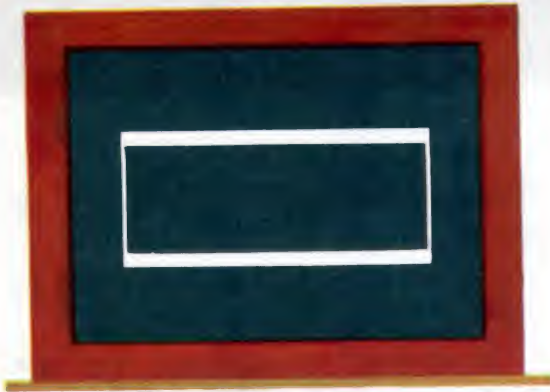
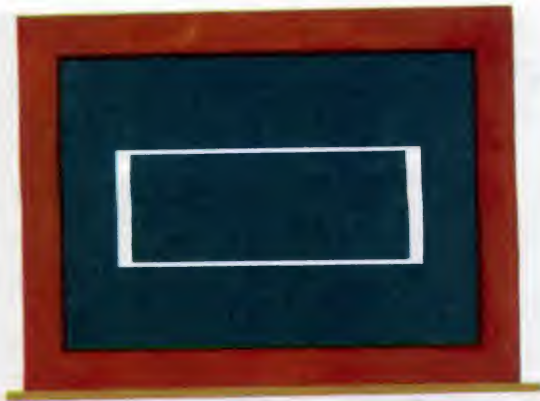
लिख्खू ने एक बड़ा तिकोन उठाया और ड्राइंग बनाकर बोला :

– यह रहा आयत। इसके सभी कोण समकोण हैं।

– ठीक है, – श्रीमती गुप्ता बोलीं।

– अच्छा, अब तुम लोग अपने चारों ओर देखो और उन चीजों के नाम बोलो जो आयताकार हैं।

– खिड़की, दरवाजा, श्यामपट्ट ! – सदाखुश, नजानूं और हरफन एक दूसरे के बीच में बोल पड़े।

! तुम भी अपने चारों ओर देखो और उन वस्तुओं के नाम बताओ जो आयताकार हैं।

— अच्छा, अब तुम लोग लिख्खू के आयत को बहुत ध्यान से देखो — श्रीमती गुप्ता ने बच्चों से कहा। — इस आयत की इन दोनों भुजाओं की लंबाई बराबर है या जैसा कि कहते हैं **एक दूसरे के समान हैं**।

और ये दो भुजाएं एक दूसरे के समान हैं। याद रखो कि आयत में **आमने-सामने की भुजाएं** सदा एक दूसरे के बराबर होती हैं।

! यहां पर कुछ आयत दिखाये गये हैं। प्रत्येक आयत की आमने-सामने की भुजायें एक जैसे रंग से रंगी गयी हैं। तुम देखोगे कि आमने-सामने की भुजायें एक दूसरे के बराबर हैं।

– अच्छा, अब हम छड़ियों की सहायता से आयत बनायेंगे। इस काम के लिये किस तरह की छड़ियां लेनी चाहियें? – श्रीमती गुप्ता ने पूछा। – जो भी इस प्रश्न का उत्तर जानता है वह अपना हाथ ऊपर उठाये।

हरफ़न ने सबसे पहले हाथ ऊपर उठाया।

– दो एक-दूसरे के बराबर और अन्य दो भी एक-दूसरे के बराबर, – हरफ़न ने श्रीमती गुप्ता को उत्तर दिया।

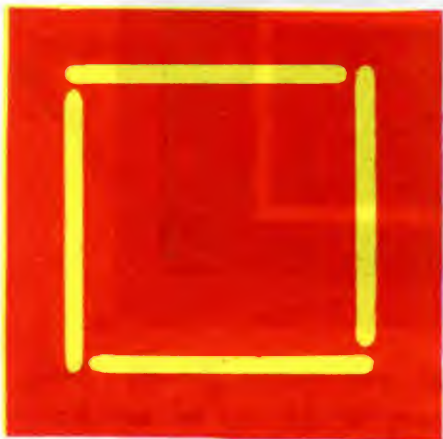
– बिल्कुल ठीक, – श्रीमती गुप्ता बोलीं। – लो, तुम ऐसी छड़ियां पकड़ो और उनसे एक आयत बनाकर दिखाओ।

! तुम भी चार छड़ियां लेकर एक आयत बनाकर दिखाओ। इस बात का ख्याल रखना है कि उसके चारों कोण समकोण होने चाहियें।

अचानक सदाखुश ने बड़ी बेचैनी से पहले एक हाथ और फिर दूसरा हाथ ऊपर उठा दिया।

– मैडम, कृपया मुझे भी चार छड़ियां दीजिये, पर हां, चारों छड़ियां एक दूसरे के बराबर होनी चाहियें। मैं उनसे एक आयत बनाकर दिखाऊंगा। उनसे आयत तो बनेगा न?

– क्यों नहीं। यह बात सब लोग जानते हैं कि चार समान लंबाई वाली छड़ियों से एक आयत बनाया जा सकता है।

– देखिये, मैंने आयत बना भी दिया, – सदाखुश ने खुशी से चिल्लाकर कहा। इस आयत की चारों भुजायें एक दूसरे के समान हैं। क्या उसको समान भुजाओं वाला आयत कहते हैं?

–इसका यह नाम नहीं है, –श्रीमती गुप्ता ने कहा। –समान भुजाओं वाले आयत का एक विशेष नाम है। इसको वर्ग कहते हैं। तुमने एक वर्ग बनाया है, समझे।

अब लिख्खू ने अपना हाथ ऊपर उठाया।

–श्रीमती, मुझे ज्यामिति की एक पहेली आती है। अगर आप इजाजत दें तो बुझाऊं।

–जरूर। हम बड़े शौक से तुम्हारी पहेली सुनेंगे।

लिख्खू श्यामपट्ट के पास से हटकर बच्चों के सामने आ खड़ा हुआ और ऊंची आवाज में बोला :

–वर्ग! –सारे बच्चे एकसाथ बोल पड़े। लिख्खू ने चाक लेकर श्यामपट्ट पर एक बड़ा वर्ग बना दिया।

तुम भी ग्राफ पेपर पर कुछ वर्ग बनाओ और फिर उनको अलग-अलग रंगों से रंग दो।

– मुझे भी चार छड़ियां दीजिये, – नजानूं बोल पड़ा। मैं भी एक वर्ग बनाना चाहता हूँ।

श्रीमती गुप्ता बोलीं:

– ठीक है, मैं तुम्हें छड़ियां देती हूँ। पर, नजानूं जब तुम कक्षा में बैठे हो तो याद रखो कि कुछ कहने या पूछने से पहले तुम्हें हमेशा हाथ ऊपर उठाना चाहिये। समझे ?

– जी हां, समझ गया, – नजानूं ने जवाब दिया और तुरंत अपना हाथ ऊपर उठा लिया।

– अब बात हुई न ! – श्रीमती मुस्कराकर बोलीं। अच्छा, अब बताओ, तुम क्या कहना चाहते हो ?

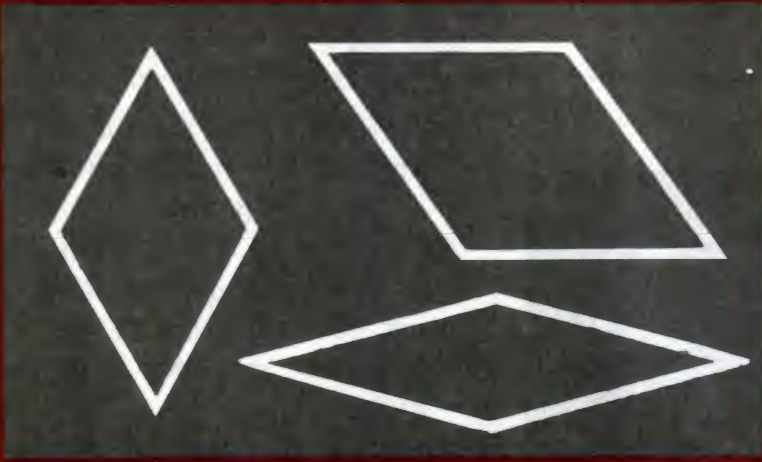
– जी, मैं छड़ियों से एक वर्ग बनाना चाहता हूँ।

तुम भी चार छड़ियां लेकर एक वर्ग बनाने का प्रयास करो।

नजानूं से वर्ग नहीं बन पाया। उसने छड़ियों से इस प्रकार की आकृति बनायी:

– नजानूं, तुमसे वर्ग नहीं बन पाया, – श्रीमती गुप्ता बोलीं।

– क्यों, चारों भुजायें एक दूसरे के बराबर तो हैं।

क्या तुम बता सकते हो कि इस आकृति को वर्ग क्यों नहीं कह सकते ?

–तो क्या हुआ? हर कोई चतुर्भुज जिसकी चारों भुजायें समान हों, वर्ग नहीं होता है। तुम कोणों की बात तो भूल ही गये। वर्ग के सभी कोण समकोण होने चाहियें। तुम्हारे चतुर्भुज के कोण समकोण नहीं हैं, इसलिये इसे वर्ग नहीं कहा जा सकता।

–तो क्या कहते हैं? –नजानूं ने पूछा और डरते-डरते सदाखुश की ओर देखा। –सदाखुश, तुम फिर मेरा मजाक उड़ाओगे कि मैं बिल्कुल कहानी वाले बिंदु की तरह हर बात जानना चाहता हूँ।

–अच्छा, भाई, अब मैं तुम्हारा मजाक नहीं उड़ाऊंगा, –सदाखुश ने वायदा किया।

यह वार्तालाप सुनकर श्रीमती गुप्ता ने उत्सुकता से पूछा:

–नजानूं, तुम किस कहानी की बात कर रहे हो?

–ज्यामितिक कहानी की। लिख्खू हमें बिन्दु की ज्यामिति देश की यात्रा का हाल सुना रहा है। बिन्दु व परकार त्रिभुजों के नगर पहुंच गये। जब त्रिभुजों को इस बात का पता चला कि वे दोनों लुटेरा रबड़ को ढूँढ़ने निकले हैं तो उन्होंने भी इस काम में हाथ बंटाने की इच्छा जाहिर की। उन्होंने मिलकर रबड़ को खोज निकालने का फैसला किया कि उसको पकड़कर सजा दी जाये।

–बड़ी मजेदार कहानी है, –श्रीमती गुप्ता ने कहा। –तुम्हारी कहानी सुनने की मुझे बड़ी इच्छा हो रही है।

हरफन ने तुरंत अपना हाथ ऊपर उठा लिया।

–आप हमें इजाजत देती हैं? लिख्खू आगे का हाल सुनायेगा। कहानी सुने बहुत समय हो गया है।

–हां, मैं तुम्हारे इस सुझाव से सहमत हूँ। चलो, हम सब मिलकर लिख्खू से कहानी आगे सुनाने का अनुरोध करें। परन्तु इससे पहले मैं नजानूं के सवाल का जवाब देना चाहती हूँ। तुम लोगों को याद होगा कि उसने मुझसे यह पूछा था कि उस चतुर्भुज को क्या कहते हैं जिसकी चारों भुजायें एक दूसरे के समान होती हैं। इस प्रकार के चतुर्भुज को समचतुर्भुज कहतें हैं। –देखो, मैं श्यामपट्ट पर कुछ समचतुर्भुज बनाती हूँ।

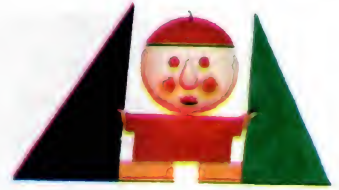
! तुम भी छड़ियां लेकर एक समचतुर्भुज बनाओ।

श्रीमती गुप्ता ने चाक रख दिया।

–हां तो, –वे बोलीं, –ऐसा लगता है जैसेकि मैंने तुम लोगों को एक पाठ पढ़ाया है। पाठ पढ़ाने के बाद मैं हमेशा विद्यार्थियों को घर का काम देती हूँ। तुम लोगों को भी मैं घर का काम दूंगी। घर जाकर तुम सोचना कि उस समचतुर्भुज के बारे में तुम क्या कह सकते हो जिसके चारों कोण समकोण हों।

! तुम भी इस सवाल का जवाब सोचो।

– अब कहानी सुनी जा सकती है। लिख्खू, चलो, शुरू करो।

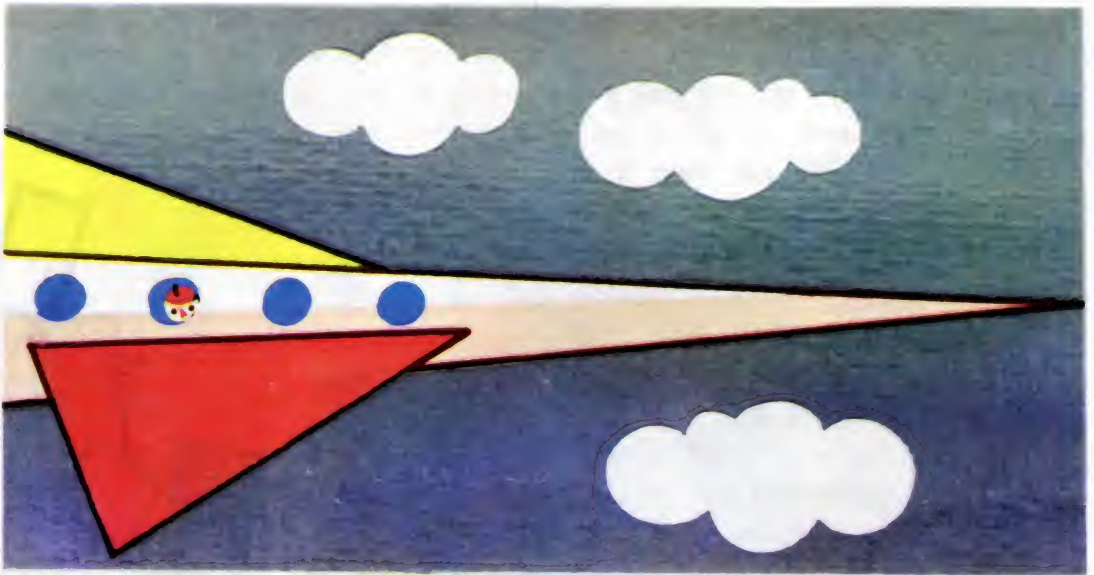
सब आराम से बैठ गये और लिख्खू ने आगे का हाल सुनाना शुरू कर दिया।

त्रिभुज-मिस्त्री बोले :
– गंदे रबड़ को सबक जरूर सिखाना चाहिये।
चलो, सब मिलकर उसको ढूंढ़ते हैं।
तुम लोग हमको भी साथ लो।
– ठीक है, – परकार बोला, – तुम सब भी हमारे साथ चलो।
– नहीं, – त्रिभुज बोले। – पैदल जाने में तो बहुत समय लगेगा। हम तुम लोगों से काफी ज्यादा तेज चल सकते हैं।

– वह कैसे? – परकार और बिन्दु ने एकस्वर में पूछा।

– हवाई जहाज से चलेंगे।

– वाह, वाह! – बिन्दु खुश होता हुआ बोला। – मैं पहले कभी हवाई जहाज पर नहीं बैठा। डर की तो कोई बात नहीं है?

– नहीं, – परकार ने जवाब दिया। – बल्कि मजा आयेगा। आओ, जल्दी से हवाई अड्डे चलते हैं।

हवाई जहाज उड़ान के लिये तैयार था। उसकी त्रिभुजाकार पंखुड़ियां देखकर ऐसा लग रहा था जैसेकि वह आगे बढ़ने की कोशिश कर रहा हो। बिन्दु, परकार

और उनके नये दोस्त हवाई जहाज में बैठे गये और वह सीटी बजाता हुआ पट्टे पर दौड़ने लगा और फिर ऊपर उठ गया। हवाई जहाज अब बहुत तेजी से ऊंचा उठ रहा था।

बिन्दु बहुत ध्यान से हवाई जहाज की खिड़की में झांक रहा था। उसे काफी नीचे सड़कों की सरल रेखायें इधर-उधर भागती दिखायी दे रही थीं और नदियों तथा नालों की वक्र रेखायें इन सड़कों को काटती दिखायी दे रही थीं। इन रेखाओं के बीच उसे कहीं तो मकानों के वर्ग दिखायी दे रहे थे और कहीं बागों व बगीचों के आयत।

बिन्दु ने ध्यान दिया कि उसके देखते ही देखते एक वर्ग पता नहीं कहां चला गया। फिर एक और वर्ग अदृश्य हो गया।

– उधर देखो! – बिन्दु चिल्लाकर बोला। – पता नहीं क्यों उस तरफ कुछ वर्ग अदृश्य होते जा रहे हैं।

– नीचे चलकर देखना चाहिये कि वहां क्या हो रहा है, – परकार ने सुझाव दिया।

हवाई जहाज नीचे उतरने लगा। सबको रबड़ दिखाई दिया। वह फिर शरारत कर रहा था, वह बड़ी बेदर्दी से मकानों को मिटाये जा रहा था।

– वह रहा! उसे पकड़ो! – बिन्दु चिल्लाया।

—पकड़ा गया। अब वह हमसे बचकर नहीं जा सकता! —आवाजें आयीं।

पायलट ने हवाई जहाज रबड़ की ओर बढ़ाया। वह पीछा करते लोगों को देख बड़ी तेजी से भागने लगा। रबड़ बडी तेजी से भाग रहा था पर हवाई जहाज उससे भी तेज उड़ रहा था। हवाई जहाज उस लुटेरे के पास पहुंचने ही वाला था कि अचानक उसको एक पेड़ से टक्कर लगी और उसकी पंखड़ी में दरार पड़ गयी जिससे वह भूलने लगा और उसकी गति बड़ी तेजी से मंद होने लगी। इधर रबड़ काफी आगे निकल चुका था।

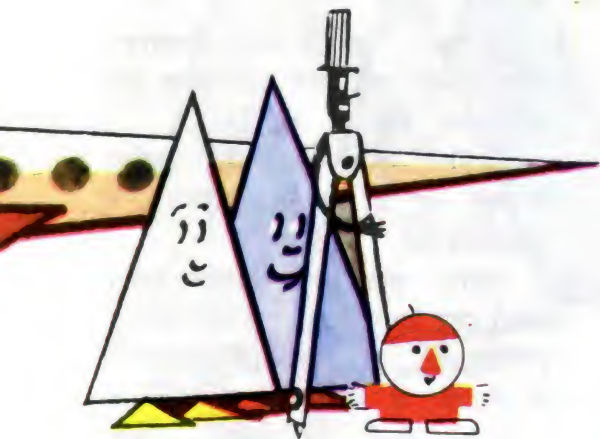
—क्या बात हो गयी? —सबने एकदम पूछा।

—हमारे हवाई जहाज की एक पंखड़ी टूट गयी है, —पायलट ने कहा।

हवाई जहाज को तुरंत नीचे उतारना पड़ेगा। पर पता नहीं आसपास कोई हवाई अड्डा है या नहीं?

—मुझे उधर कोई शहर दिखाई दे रहा है, —परकार बोला। वहां जरूर कोई हवाई अड्डा होगा।

—चलो, हवाई जहाज उधर ले चलते हैं, —पायलट ने कहा।

हवाई जहाज बड़ी मुश्किल से हवाई अड्डे तक पहुंचा और फिर पायलट ने बड़ी सावधानी से जहाज को नीचे उतारा। उस नगर के वासी इन यात्रियों का स्वागत करने आगे बढ़े। सबने देखा कि नगर के सभी वासी चतुर्भुजाकार थे।

–हम सब चतुर्भुजों के नगर में आप लोगों का स्वागत करते हैं और आपकी सहायता करने में हमें बड़ी खुशी होगी, – उन लोगों ने कहा।

–देखो, हम लोग चतुर्भुजों के नगर में आ गये हैं! – बिंदु ने चिल्लाकर कहा। – बड़ी मजे की बात है। मुझे नहीं पता था कि ऐसा नगर भी है। हम लोग त्रिभुजों के नगर से आ रहे हैं। हम लुटेरे रबड़ को ढूंढ़ रहे हैं।

– अच्छा, आप लोग रबड़ को ढूंढ़ने निकले हैं? – चतुर्भुजों ने कहा। हमने उसकी शरारतों के बारे में सुना है। उस लुटेरे को जरूर ढूंढ़ना चाहिये। क्या हम लोग आपकी कुछ सहायता कर सकते हैं?

—हमें अपने हवाई जहाज की एक पंखड़ी बदलनी है, —पायलट ने कहा। क्या आपके शहर में हम यह काम कर सकते हैं?

—क्यों नहीं। आइये, फैक्टरी चलते हैं, जहां हवाई जहाज बनते हैं। वहां पर विभिन्न प्रकार की पंखड़ियां मिल जायेंगी।

सब लोग फैक्टरी की ओर चल पड़े।

बिन्दु रास्ते की चीजें बड़े ध्यान से देख रहा था।

—परकार भाई, जरा देखो, —बिन्दु ने आश्चर्य से कहा। इस सड़क पर सभी चतुर्भुज एक दूसरे से कितने मिलते-जुलते हैं! उनके कोण समकोण हैं।

—यह कोई अचम्भे की बात नहीं है, —परकार ने कहा। —जिस सड़क पर इस समय हम लोग चल रहे हैं, उसका नाम आयतों की सड़क है।

—क्या आपके शहर में समचतुर्भुजों की भी कोई सड़क है? —बिंदु ने चतुर्भुजों से पूछा।

—हां, वह यहां से थोड़ी दूर है, —बिन्दु के नये दोस्तों ने जवाब दिया।

—और शायद वर्गों की सड़क भी है?

—नहीं, वर्गों की कोई अलग सड़क नहीं है। वर्ग चतुभुजों की सड़क पर भी रहते हैं और समचतुर्भुजों की सड़क पर भी।

—ऐसा क्यों है ...? —बिन्दु ने सवाल पूछना चाहा परन्तु परकार ने उसको रोका।

—मैं तुम्हें बाद में बताऊंगा। अब इस बात के लिये समय नहीं है। अगर हम इस तरह से बातों में लगे रहेंगे तो रबड़ बहुत दूर निकल जायेगा। हमें जल्दी से जल्दी फैक्टरी पहुंचना चाहिये।

फैक्टरी में जहाजों के लिये बहुत सारी पंखडियां रखी हुई थीं। परन्तु ... वे सभी चतुर्भुजाकार थीं।

—अजीब समस्या आ गयी, —पायलट ने घबड़ाकर कहा। —ये पंखड़ियां हमारे किसी काम की नहीं हैं। हमारा जहाज त्रिभुजों के शहर में बना है। चतुर्भुजाकार पंखड़ी से वह नहीं

उड़ सकता। उसकी सभी पंखड़ियां त्रिभुजाकार होनी चाहिये। अब क्या किया जाये?

किसी की समझ में नहीं आ रहा था कि इस समस्या को कैसे हल किया जाये। यह देखकर परकार ने एक सुझाव रखा:

– चलो, कैंची बहिन को बुलाते हैं। वह जरूर कोई न कोई तरीका ढूंढ़ निकालेगी।

कैंची को जब सारी बात बतायी गयी, वह जोर से बोली:

– यह बहुत आसान काम है। अगर हम चतुर्भुजाकार पंखड़ी को कर्ण पर से काट दें, तो दो त्रिभुजाकार पंखड़ियां प्राप्त हो जायेंगी।

– मेरी समझ में तो तुम्हारी बात आयी नहीं: क्या मतलब – कर्ण पर से काट दें? – बिन्दु ने पूछा। – यह कर्ण क्या होता है?

– अभी जान जाओगे, – कैंची बोली। – यह देखो, यह जहाज की पंखड़ी है। इसका आकार एक चतुर्भुज जैसा है। मैं उस रेखाखंड को बुलाती हूँ जो इस चतुर्भुज के विपरीत शीर्षों को मिला देगा।

– लो, तैयार हो गया। इसीको ही तो चतुर्भुज का कर्ण कहते हैं।

– समझ गया, – बिन्दु बोला। – कर्ण विपरीत शीर्षों को मिलाता है।

—देखो, —कैंची ने बात जारी रखी। —आयत में विपरीत शीर्षों का एक जोड़ा और भी है। इन शीर्षों को भी दूसरे कर्ण से मिलाया जा सकता है।

—इसका मतलब यह हुआ कि एक चतुर्भुज में दो कर्ण होते हैं? —बिन्दु ने कहा।

—हां, —कैंची ने उत्तर दिया। अब हम इस चतुर्भुजाकार पंखड़ी को किसी भी एक कर्ण पर से काट देते हैं। लो, यह रहीं दो त्रिभुजाकार पंखड़ियां! इनमें से कोई भी एक अपने जहाज में लगा लो।

चतुर्भुजों-मिस्त्रियों ने बड़ी फुर्ती से टूटी हुई पंखड़ी उतारकर जहाज में नयी पंखड़ी लगा दी और जहाज उड़ान के लिये तैयार हो गया। यात्रियों ने चतुर्भुजों के नगर के सभी वासियों तथा कैंची बहिन का सहायता के लिये धन्यवाद अदा किया। इसके बाद बिन्दु, परकार और त्रिभुज हवाई जहाज में बैठ गये। कैंची भी उनके साथ जहाज में बैठ गयी क्योंकि उसने भी रबड़ को ढूंढ़ निकालने के काम में भाग लेने का फैसला कर लिया था। जहाज उठकर फिर रबड़ की खोज में चल पड़ा।

यहां आकर लिख्खू ने कहानी सुनाना बंद कर दिया।

—दोस्तो, —वह बोला। —हम लोगों को घर चलना चाहिये। हमने वैसे भी श्रीमती गुप्ता का बहुत समय ले लिया है।

—क्या बात कहते हो! —श्रीमती गुप्ता बोलीं। मुझे तुमसे बातें करने में बड़ा मजा आ रहा था। और तुम्हारी कहानी भी बड़ी दिलचस्प है।

क्या तुम जानते हो
रहते हैं कर्ण कहां,
पता चलेगा तुम्हें इस बात का,
मजेदार कहानी से।

सदाखुश ने गाना शुरू कर दिया और नटखटी निगाहों से श्रीमती गुप्ता की ओर देखा। श्रीमती गुप्ता हंस पड़ीं :

—सदाखुश, तुमने बड़ी सुन्दर कविता बना डाली। अच्छा, यह तो बताओ कर्ण रहते कहां हैं?

—चतुर्भुज के अंदर। उनकी संख्या दो है और वे विपरीत शीर्षों को एक दूसरे से मिलाते हैं।

—ठीक। ये रहे कुछ चतुर्भुज जिनके कर्ण दिखाये गये हैं।

हरफन ने पूछा : श्रीमती गुप्ता, क्या पंचभुज भी होते हैं?

—हां, होते हैं।

—और षट्भुज?

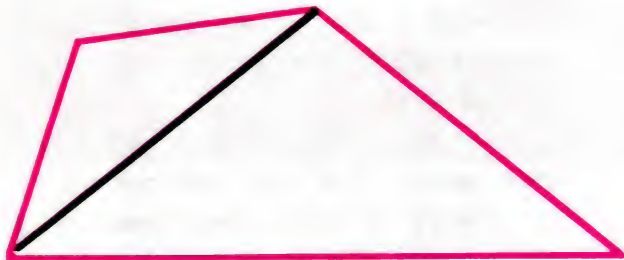
—षट्भुज भी होते हैं।

—कृपया यह बताइये कि पंचभुज और षट्भुज में कितने-कितने कर्ण होते हैं?

—हरफन, देखो, यह काफी मुश्किल प्रश्न है। जब तुम स्कूल जाना शुरू कर दोगे, तुम बहुत सारी बातें जान जाओगे और इस सवाल का उत्तर भी जान जाओगे। तब तुम इससे भी कठिन प्रश्नों को हल कर पाओगे।

अभ्यास

1

एक चतुर्भुज बनाओ। उसके शीर्ष और भुजायें दिखाओ। उसके कर्ण खींचो।

2

कैंची लेकर कागज में से एक चतुर्भुज काटो। इस चतुर्भुज को अब अगर कर्ण पर से काटा जाये तो दो त्रिभुज प्राप्त होंगे। अगर तुम एक आयत को कर्ण पर से काटते हो तो तुम्हें दो समकोण त्रिभुज प्राप्त होंगे। क्या तुम बता सकते हो कि अगर एक समचतुर्भुज को कर्ण पर से काटा जाये तो किस प्रकार के त्रिभुज प्राप्त होंगे? और अगर वर्ग को? (उत्तर: समद्विबाहु त्रिभुज; समद्विबाहु समकोण त्रिभुज)।

3

यह सच है कि जब भी किसी आयत या समचतुर्भुज को उसके कर्ण पर से काटा जाता है तो सदा दो समान त्रिभुज प्राप्त होते हैं। इस बात की जांच बड़ी आसानी से की जा सकती है दोनों त्रिभुजों को एक दूसरे के ऊपर रखकर।

4

कैंची लेकर एक कागज में से दो समान समकोण त्रिभुज काटो। अब इन दोनों त्रिभुजों को एक दूसरे के साथ इस प्रकार मिलाकर रखो कि एक आयत बन जाये।

5

एक कागज में से दो समान समद्विबाहु त्रिभुज काटो। उनको एक दूसरे के साथ इस प्रकार मिलाकर रखो कि एक समचतुर्भुज बन जाये। क्या तुम बता सकते हो कि एक वर्ग बनाने के लिये किस प्रकार के त्रिभुज काटे जाने चाहियें?

6

प्रत्येक वर्ग के बारे में यह कहा जा सकता है कि वह आयत होता है। क्या यह कहा जा सकता है कि प्रत्येक आयत वर्ग होता है?

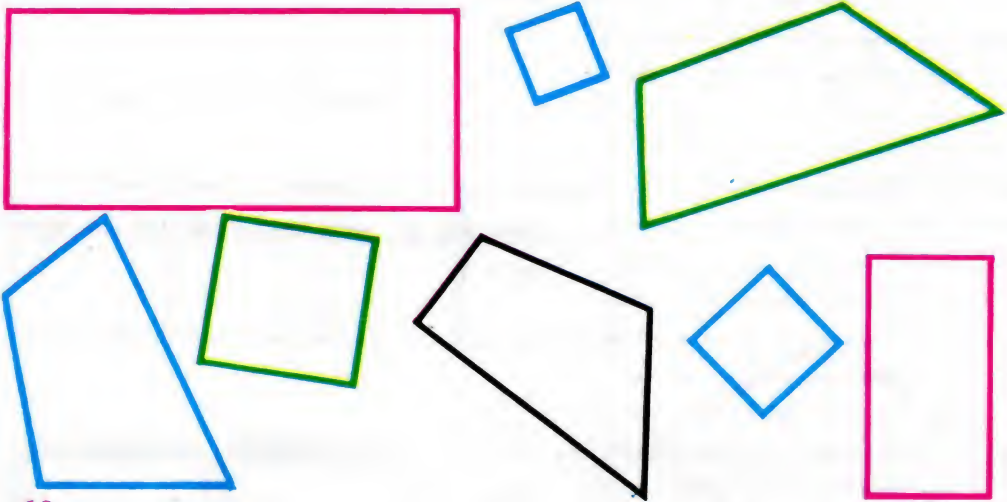
7

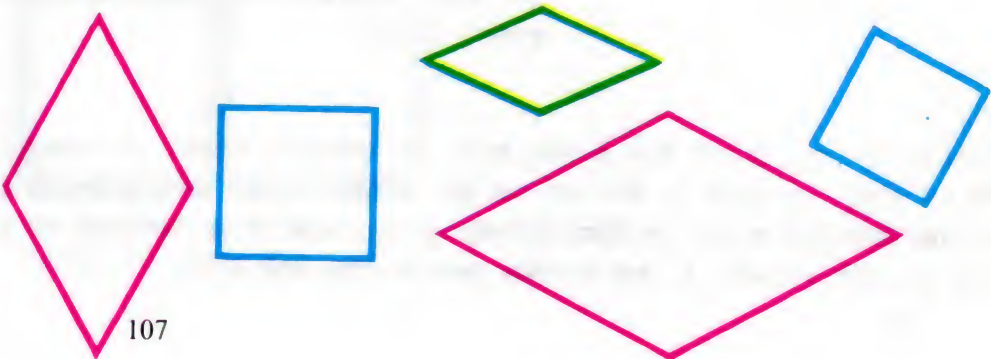
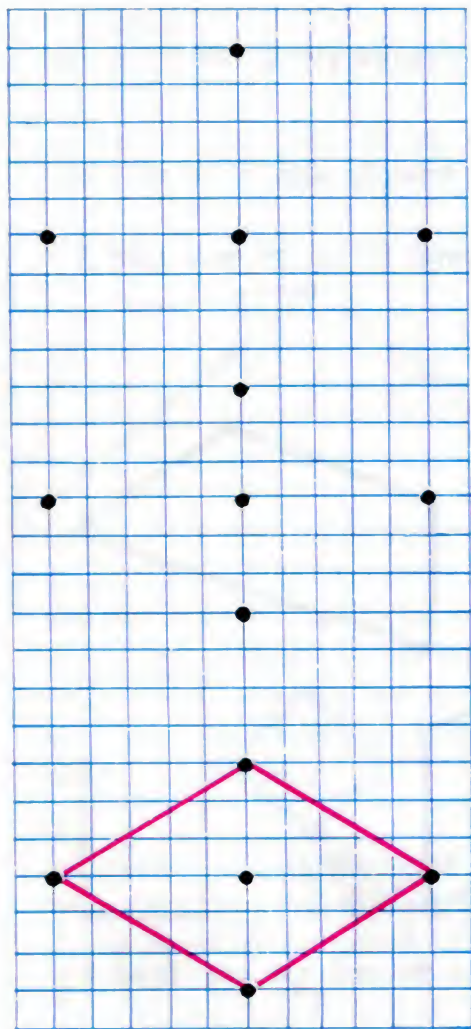
प्रत्येक वर्ग के बारे में यह कहा जा सकता है कि वह समचतुर्भुज होता है। क्या यह कहा जा सकता है कि प्रत्येक समचतुर्भुज वर्ग होता है?

8

एक ऐसा आयत खींचो जो कि वर्ग न हो। एक ऐसा समचतुर्भुज खींचो जो कि वर्ग न हो।

9

इन चित्रों में कुछ चतुर्भुज दिखाये गये हैं। गिनकर बताओ कि यहां पर कितने आयत हैं? इन आयतों में से कितने वर्ग हैं?

10

यहां पर कुछ समचतुर्भुज दिये गये हैं। गिनकर बताओ कि उनकी कुल संख्या कितनी है? इन समचतुर्भुजों में से कितने वर्ग हैं?

11

ग्राफ-पेपर पर एक बिन्दु बनाओ:
इस बिन्दु की दायीं और बायीं ओर समान दूरी पर दो और बिन्दु बनाओ:

अब पहले बिंदु से ऊपर और नीचे भी इसी प्रकार दो और बिन्दु बनाओ:

इसके बाद इन चारों बिन्दुओं को चित्र के अनुसार मिला दो:

तुम देखोगे कि इस प्रकार तुमने एक समचतुर्भुज बना दिया है।
इस विधि से ग्राफ-पेपर पर बड़ी आसानी से समचतुर्भुज बनाये जा सकते हैं। तुम कुछ समचतुर्भुज बनाकर दिखाओ।

12

ग्राफ-पेपर पर ऊपर दी गयी विधि से बिन्दु बनाकर एक समचतुर्भुज बनाओ। इस समचतुर्भुज के कर्ण खींचो। तुम देखोगे कि दोनों कर्ण एक दूसरे को उस बिन्दु पर काटते हैं जिस बिन्दु से तुमने समचतुर्भुज बनाना शुरू किया था। क्या तुम बता सकते हो कि जिस जगह पर ये कर्ण एक दूसरे को काटते हैं, वहां पर किस प्रकार के कोण बनते हैं?

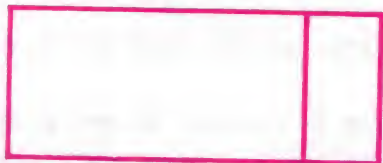
13

छड़ियां लेकर एक आयत बनाओ। सोचकर बताओ कि क्या कैसी भी चार छड़ियों से आयत बनाया जा सकता है?

14

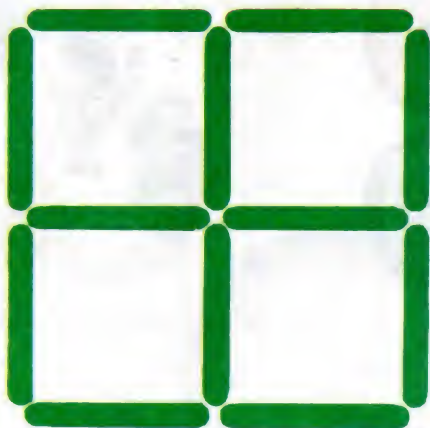
ऐसी चार छड़ियां छांटो जिनसे आयत बनाना असंभव हो।

15

इस चित्र में तीन आयत हैं। क्या तुम उनको दिखा सकते हो?

16

क्या तुम बता सकते हो कि इस चित्र में कुल कितने आयत हैं? (उत्तर: सात)।

17

माचिस की तीलियां लेकर इस प्रकार की आकृति बनाओ:

यहां पर कुल पांच वर्ग हैं। क्या तुम उनको दिखा सकते हो? क्या तुम बता सकते हो कि दो तीलियां किस प्रकार हटायी जायें कि तीन वर्ग रह जायें? दो वर्ग रह जायें?

चारों दोस्त बहुत दिनों तक स्कूल की बातें याद करते रहे। इस घटना के बाद जब कभी भी वे ज्यामिति का अध्ययन करते, वे सारे काम ऐसे करते जैसे वे घर पर नहीं, बल्कि स्कूल की कक्षा में बैठे हों। उदाहरण के लिये, अगर कभी किसी बच्चे को कुछ कहना या पूछना होता तो वह अपना हाथ ऊपर उठा लेता और तब तक प्रतीक्षा करता जब तक कि लिख्खू उससे पूछ न लेता।

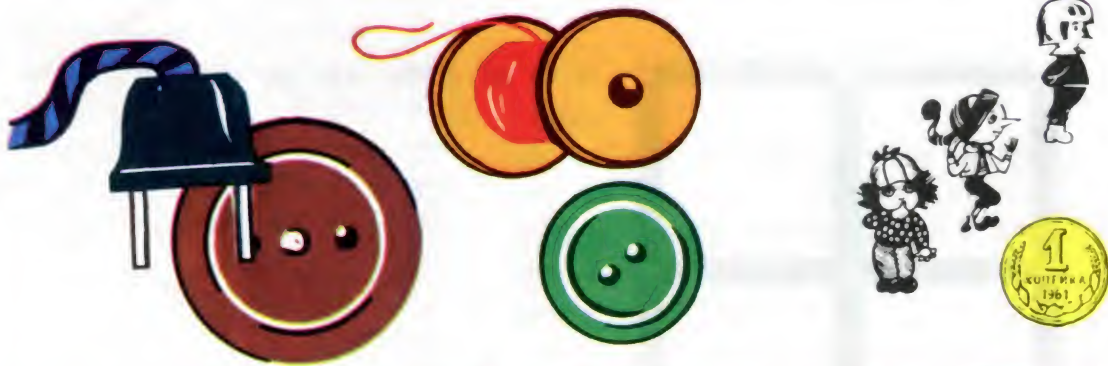
एक बार हरफन ने हाथ ऊपर उठाया और पूछा :

– लिख्खू भाई, क्या तुम हमको वृत्त के बारे में बताओगे?

– हां, आज मैं तुम लोगों को वृत्त के बारे में ही बताने जा रहा हूँ, – लिख्खू बोला। – वृत्त का ज्यामिति में बहुत महत्त्वपूर्ण स्थान है। बहुत सारी चीजें वृत्ताकार होती हैं। कुछ वृत्ताकार चीजों के नाम बताओ।

हरफन ने प्लेट का नाम लिया।

सदाखुश ने – सिक्कों व ढोल का।

और नजानूं ने – छल्ले तथा घड़ी का।

! तुम भी कुछ वृत्ताकार चीजों के नाम बताओ।

लिख्खू दोस्तों के उत्तर से बहुत खुश था:

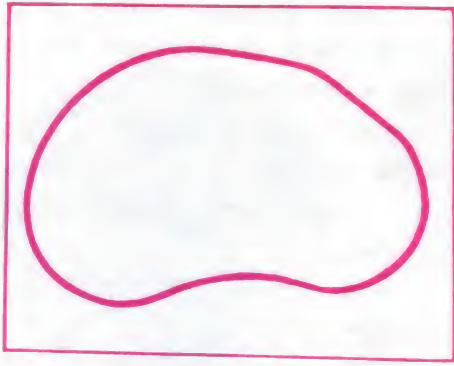
—तुम लोगों ने बिल्कुल ठीक नाम लिये। ये सभी चीजें वृत्ताकार हैं। और भी बहुत से उदाहरण दिये जा सकते हैं: पतीले का ढक्कन, बटन, चूड़ी ...। वृत्तों का तकनीकी कामों में बहुत ही अधिक प्रयोग होता है। मैंने आज खास तौर से एक डिजाइनर को यहां आने का निमंत्रण दिया है। वह सबको इसके बारे में विस्तारपूर्वक बतायेगा।

लिख्खू अभी यह बात बता ही रहा था कि किसी ने दरवाजा खोला। बच्चों ने देखा कि एक लंबे कद का आदमी मुस्कराता हुआ कमरे में घुसा। उसके हाथों में एक काफी बड़ा बैग था।

– नमस्ते, बच्चो! मैं ही वह डिजाइनर हूँ।

– नमस्ते! – सब बच्चों ने एक स्वर में उत्तर दिया और सदाखुश ने पूछा:
– आपका शुभ नाम क्या है?

– तुम लोग मुझको शर्मा अंकल के नाम से पुकार सकते हो।

– अंकल शर्मा, आप हमें वृत्तों के बारे में बतायेंगे? – सदाखुश ने फिर सवाल किया।

–बताऊँगा भी और दिखाऊंगा भी, – डिजाइनर ने उत्तर दिया।

–तुममें से कौन कागज पर एक वृत्त बनाकर दिखा सकता है?

–मैं, – नजानूं बोला।

और उसने "वृत्त" बना दिया।

अंकल शर्मा ने मुस्कराते हुए कहा:

–तुमने वृत्त नहीं एक आलू बनाया है। इससे काम नहीं चलेगा। तुम लोग कैसा वृत्त बनाना जानते हो? – उन्होंने अन्य बच्चों की ओर देखते हुए पूछा।

और तुम कैसा वृत्त बना सकते हो?

हरफन ने जवाब दिया:

–मैं जानता हूँ कि वृत्त कैसे बनाया जा सकता है। कागज पर एक प्लेट रखकर अगर उसके चारों ओर पेंसिल फेर दी जाये तो एक वृत्त प्राप्त होगा।

–यह तरीका कोई बुरा नहीं है, पर काफी असुविधाजनक है। हरफन, मान लो कि तुमको बहुत सारे वृत्त खींचने हैं – बड़े भी और छोटे भी, तो क्या तुम प्लेटों का ढेर उठाये फिरोगे?

–वृत्त खींचने का सबसे सुविधाजनक तरीका यह है..., अंकल शर्मा ने धीरे-धीरे कहना शुरू किया और लिख्खू की ओर ऐसे देखा जैसेकि वे चाहते हों कि लिख्खू उनकी बात को पूरा करे।

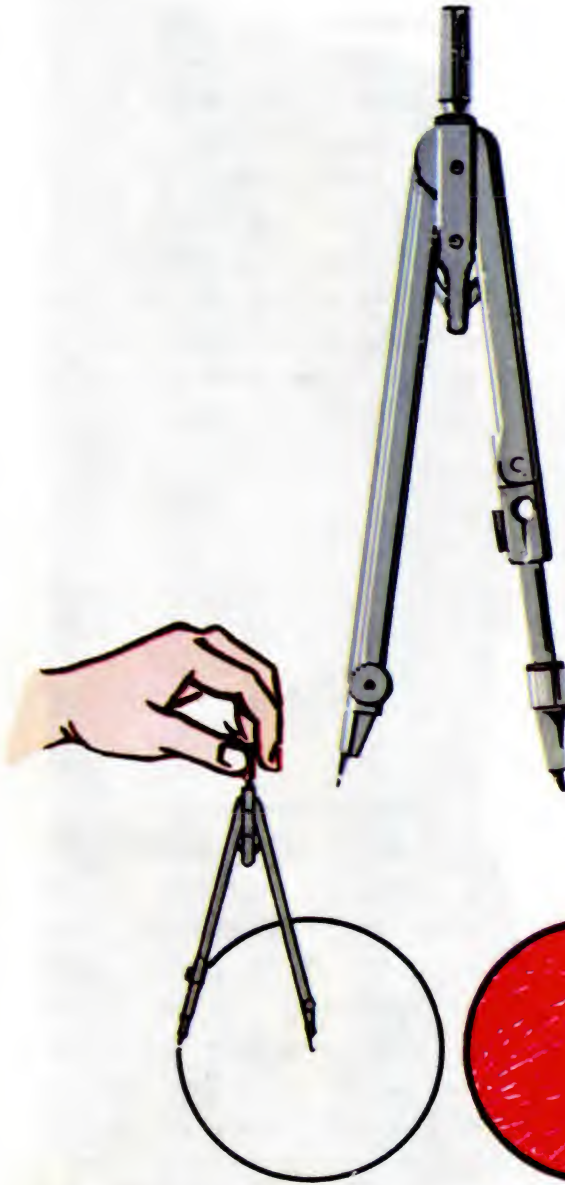
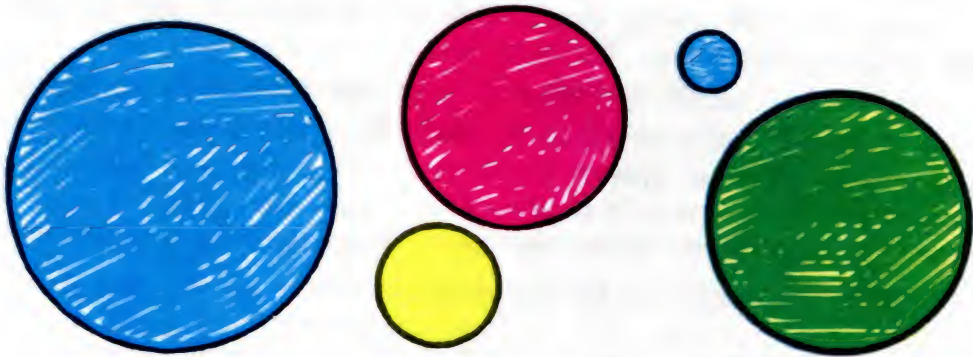
8-233

–सबसे सुविधाजनक तरीका यह है कि एक परकार का प्रयोग किया जाये, – लिख्खू ने बात पूरी की।

शर्मा अंकल ने सहमति से सिर हिलाया और अपने बैग को खोलकर उसके अंदर से एक परकार निकालकर बच्चों को दिखाया।

–क्या यह भी एक परकार है? –सदाखुश ने पूछा।

–हां, लेकिन इसमें थोड़ा सा फर्क है, – डिजाइनर ने कहा। – इस परकार की केवल एक टांग में सूई लगी है, दूसरी टांग में पेंसिल का सुरमा लगा है। देखो: मैं सूई वाली टांग को कागज पर टिकाकर सुरमे वाली टांग से एक वृत्त खींचता हूँ।

अब मैं इस वृत्त में रंग भर देता हूँ। अगर परकार की टांगें चौड़ी कर दी जायें तो बड़े आकार का वृत्त प्राप्त होगा और अगर पास ले आयें तो छोटे आकार का।

तुम भी सुरमे वाली परकार लेकर कुछ वृत्त खींचो और फिर उनमें रंग भर दो।

अचानक हरफन ने अपना हाथ ऊपर उठा लिया।

– वाह, वाह। मैं देख रहा हूँ कि तुम लोग सारे काम बड़े अनुशासन से करते हो, – शर्मा अंकल बोले। – हरफन, तुम क्या कहना चाहते हो?

– उस रेखा को क्या कहते हैं जिसको परकार ने खींचा है?

नजानूं को बड़ा आश्चर्य हो रहा था कि हरफन जैसा अक्लमंद लड़का भी ऐसा बचकना सवाल पूछ रहा था।

– क्या कहते हैं? अरे, उसे भी वृत्त ही कहते हैं, – वह हरफन को समझाने लगा। यह भी कोई पूछने की बात है! यह वैसे ही स्पष्ट है!

– नजानूं, रुको! – डिजाइनर ने उसको टोकते हुए कहा। – हरफन ने वास्तव में ठीक सवाल किया है। इसका जवाब इतना आसान नहीं है जैसाकि तुम समझ रहे हो। इधर देखो: यहां जो हिस्सा रंगा हुआ है वह सारा का सारा वृत्त है। और रेखा जिसको परकार ने खींचा है, उसका नाम कुछ और ही है। उसको परिधि कहते हैं।

– नजानूं भाई, समझ गये? उम्मीद है कि अब तुम वृत्त और परिधि में फर्क समझ गये होगे। क्या अब भी तुम इन दोनों को एक ही चीज बताओगे?

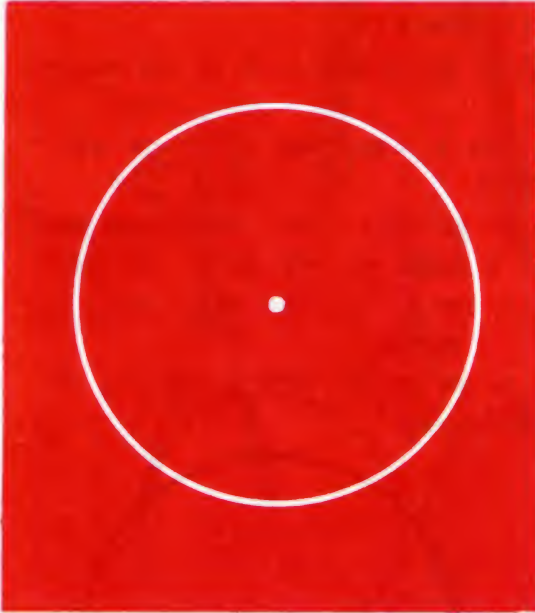
– नहीं, – नजानूं ने अपनी गलती मान ली।

– नजानूं, याद रखो, – लिख्खू बोला, – परिधि वृत्त के किनारों को कहते हैं। शर्मा अंकल, मैं ठीक कह रहा हूँ न?

– बिल्कुल ठीक। ज्यामिति की किताबों में लिखा जाता है कि परिधि वह रेखा है जो वृत्त की सीमा निश्चित करती है। अच्छा, दोस्तो, यह लो, मेरा परकार पकड़ो और अलग-अलग तरह की परिधियां खींचो।

! तुम भी एक परकार लेकर कुछ परिधियां खींचो।

हरफन ने एक बार फिर हाथ ऊपर उठाया। अंकल शर्मा ने उससे पूछा:

– हरफन, तुम और क्या पूछना चाहते हो?

– अंकल, जब हम परकार से परिधि खींचते हैं तो परकार की सूई हर बार कागज पर एक बिन्दु बना देती है। इस बिन्दु को क्या कहते हैं?

– परिधि का केंद्र। इसको वृत्त का केंद्र भी कहते हैं। सदाखुश, जरा इधर आओ, हमने जो वृत्त और परिधियां खींची हैं उन सबके केंद्र दिखाओ। मैं देख रहा हूँ कि तुम बहुत देर से चुप बैठे हो और तुम्हारा ध्यान भी कहीं और है।

– वह शायद परिधि के बारे में कोई गाना बना रहा है, – लिख्खू बोला। – सदाखुश हर नयी चीज के बारे में हमेशा कोई न कोई गाना बनाता है।

– अच्छा, यह बात है! – अंकल शर्मा बोले। – इस बार तुमने कौनसा गाना बनाया है?

सदाखुश घबरा गया। वह कुछ और ही सोच रहा था। उसकी समझ में नहीं आ रहा था कि अंकल की बात का क्या जवाब दे।

– मैंने ... मैंने अभी तो कोई गाना बनाया नहीं, – सदाखुश धीरे से बोला। – पर हां, अगर कहें तो जरूर बना सकता हूँ, – उसने साहसपूर्वक अपनी बात पूरी की।

– तुम गाने की जगह पहेली बूझो, – नजानूं बोला, – परिधि के बारे में।

– परिधि के बारे में पहेली बूझने की क्या जरूरत है? अब हम वैसे ही उसको अच्छी तरह से जानते हैं। इससे अच्छा है कि मैं परिधि की परिभाषा के बारे में गीत रचूं।

सदाखुश उठकर खड़ा हो गया। उसने आंखें बंद कर लीं और अपना मुंह छत की ओर कर लिया। वह कुछ बड़बड़ाने लगा और हाथ हिलाते हुए इधर-उधर चहलकदमी करने लगा।

– तैयार है! – आखिरकार वह चिल्लाया। – लो, सुनो:

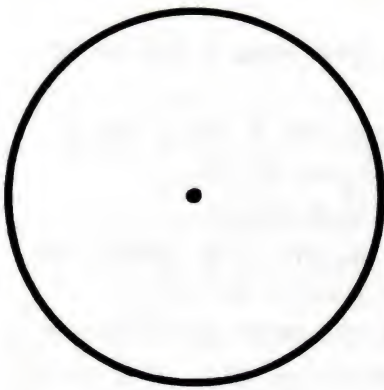
वृत्त की है एक सहेली,
सबकी जानी पहचानी अलबेली।
निश्चित करती है वह उसकी सीमा,
चलती है वह उसके किनारों पर,
कहलाती है परिधि वह अलबेली।

– तुम कितने चुस्त हो! – अंकल शर्मा आश्चर्यचकित होकर बोले। – बड़ा अच्छा गाना बनाया है तुमने! "वृत्त की है एक सहेली कहलाती है परिधि वह अलबेली"

– अच्छा, यह तो बताओ, परिधि के बारे में तुम लोग और क्या जानते हो?

सदाखुश, हरफन और नजानूं चुप बैठे रहे। यह देखकर डिजाइनर बोले:

– लिख्खू, तुम्हें अपने दोस्तों की मदद करनी पड़ेगी। तुम बताओ त्रिज्या क्या चीज होती है?

लिख्खू ने एक परिधि खींचकर उसके केन्द्र पर निशान लगा दिया,

फिर उसने परिधि पर एक बिन्दु बनाया।

उसने दोनों बिंदुओं को इस प्रकार मिलाया:

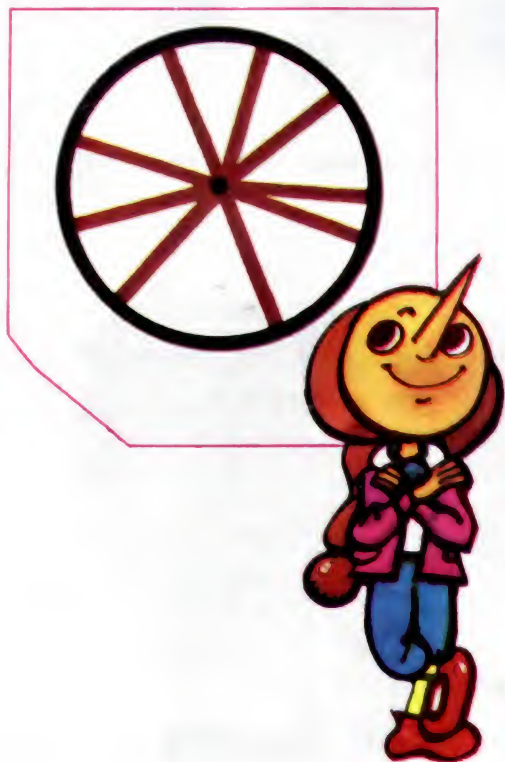
– यह जो रेखाखंड मैंने खींचा है, वह परिधि की त्रिज्या है, – लिख्खू ने बताया।

! तुम भी इसी प्रकार का एक चित्र खींचो और उसमें परिधि की त्रिज्या दिखाओ।

– ठीक, – अंकल शर्मा खुश होकर बोले। – दोस्तो, तुम्हारी समझ में आया या नहीं? त्रिज्या – वह रेखाखंड है जो परिधि के किसी भी बिन्दु को केन्द्र से मिलाता है।

– इसका मतलब क्या यह हुआ कि बहुत सारी त्रिज्याएं खींची जा सकती हैं?

– हां। परिधि पर कहीं भी कोई बिन्दु लेकर उसे केंद्र से मिला दो – त्रिज्या प्राप्त हो जायेगी। चलो, दोस्तो, थोड़ी मेहनत करो: कुछ परिधियां खींचकर त्रिज्याएं दिखाओ। तुम देखोगे कि एक परिधि की सभी त्रिज्याएं एक दूसरे के बराबर हैं।

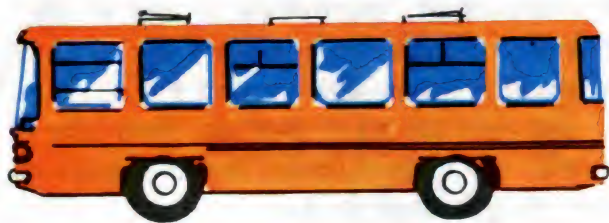
! तुम भी एक परिधि खींचकर इसकी कई त्रिज्याएं बनाओ। देखो कि त्रिज्याएं एक दूसरे के बराबर हैं या नहीं।

– क्या वृत्त की त्रिज्या होती है? – नजानूं ने डरते-डरते पूछा।

– अवश्य! तुम जानते ही हो कि प्रत्येक परिधि वृत्त की सीमा निश्चित करती है। इसलिये वृत्त की त्रिज्या भी वही चीज है जो परिधि की त्रिज्या है।

अब सदाखुश ने अपना कागज ऊपर उठाया जिस पर उसने त्रिज्याएं खींची थीं।

– देखो, मैंने कितना मजेदार चित्र बनाया है, – वह चिल्लाकर बोला। – जैसे वृत्त नहीं, साइकिल का पहिया हो।

अंकल ने बड़ी गंभीरता से सदाखुश की ओर देखा और फिर उससे कहा:

– पहिया – तुमने बहुत काम की बात सोची है। पहिया वृत्ताकार होता है। प्रविधि में वृत्त के प्रयोग के बिना कोई काम नहीं किया जा सकता। इसलिये वृत्त प्रविधि में महत्त्वपूर्ण स्थान रखता है। अगर कहीं पर भी कोई चीज घूमती या फिसलती है – वहां पर तुम लोगों को वृत्त जरूर दिखाई देगा।

मोटर-कारें पहियों से चलती हैं।

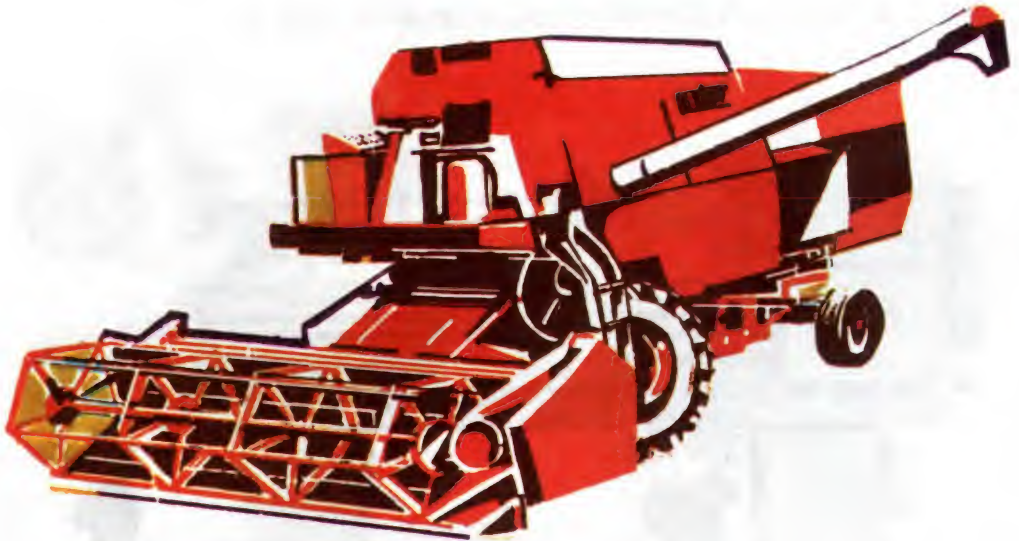
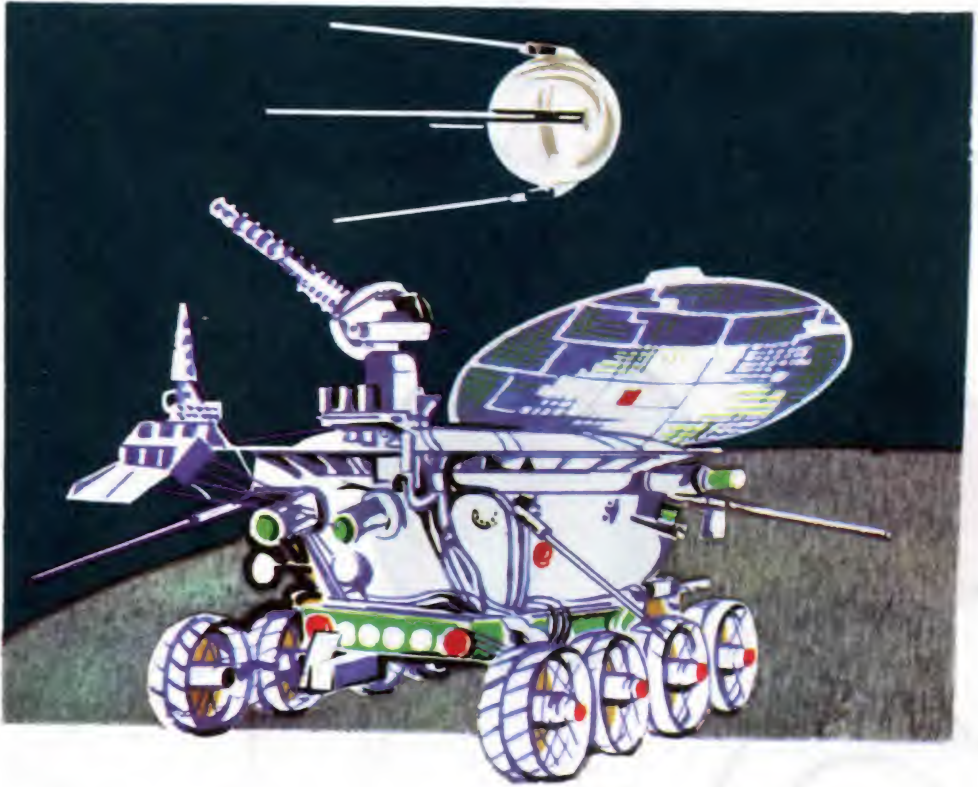
ट्रामें और बसें पहियों से चलती हैं।

मोटरसाइकिलें और साइकिलें भी पहियों से चलती हैं।

बताओ कि तुमने कहां-कहां पर पहिये घूमते या फिसलते देखे हैं ?

मिल में खराद तथा बिजलीघर की टरबाइनें भी पहियों से चलती हैं।

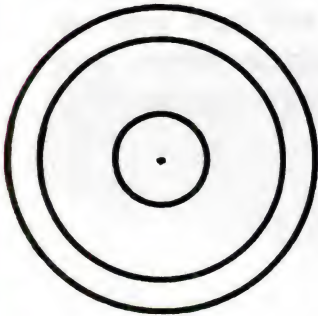
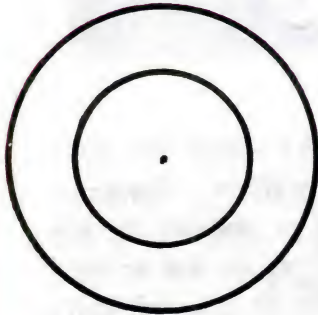
9-233

वहां पर विभिन्न प्रकार के कितने सारे पहिये घूमते रहते हैं। एक सीधी सादी घड़ी के अंदर भी तो कितने सारे छोटे-छोटे पहिये होते हैं।

– तुमने देखा, प्रविधि में वृत्त का कितना ज्यादा प्रयोग होता है? – अंकल शर्मा बोले। – इसी कारण जो कोई भी टैक्नीकल काम करता है – मिस्त्री, इंजीनियर, डिजाइनर – उसे ज्यामिति का अच्छा ज्ञान होना चाहिये। उदाहरण के लिये, हर डिजाइनर यह बात जानता है कि पहिये की धुरी वृत्त के केन्द्र से गुजरनी चाहिये। अगर वह इस बात का ख्याल नहीं रखेगा तो ऐसी गाड़ी बन जायेगी जिस पर सफर करने की तनिक भी इच्छा नहीं होगी।

चारों दोस्त बड़े ध्यान से अंकल शर्मा की बातें सुन रहे थे। सबसे ज्यादा हरफन खुश हो रहा था, क्योंकि उसे टैक्नीकल काम हमेशा ही अच्छे लगते थे। और अब डिजाइनर अंकल की बातें सुनकर तो उसने ज्यामिति के अध्ययन करने का और भी पक्का निश्चय कर लिया।

अभ्यास

1

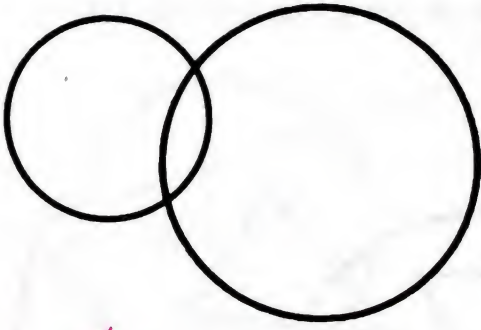
यहां पर दो वृत्त दिखाये गये हैं। क्या तुम बता सकते हो कि इनमें से कौनसा वृत्त बड़ा है : हरा या लाल ? किस वृत्त की त्रिज्या बड़ी है ?

2

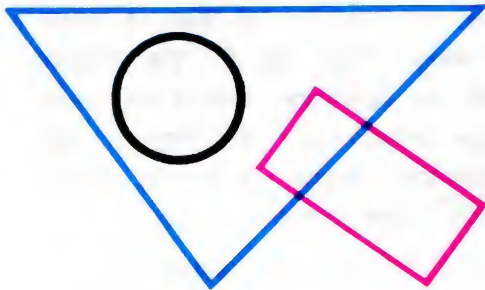
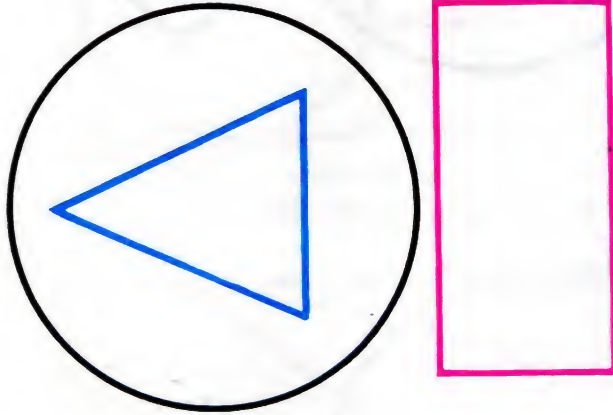
इन दोनों परिधियों का केन्द्र एक ही है। और इन तीनों परिधियों का भी केन्द्र एक ही है।

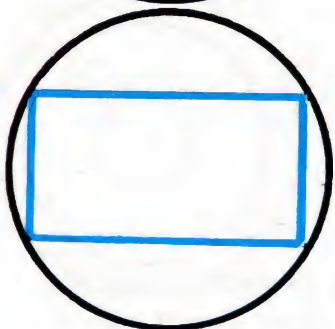
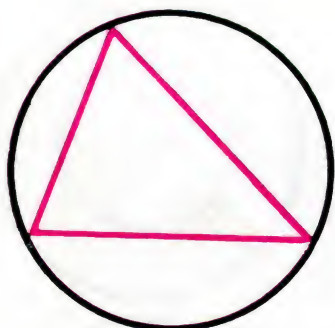
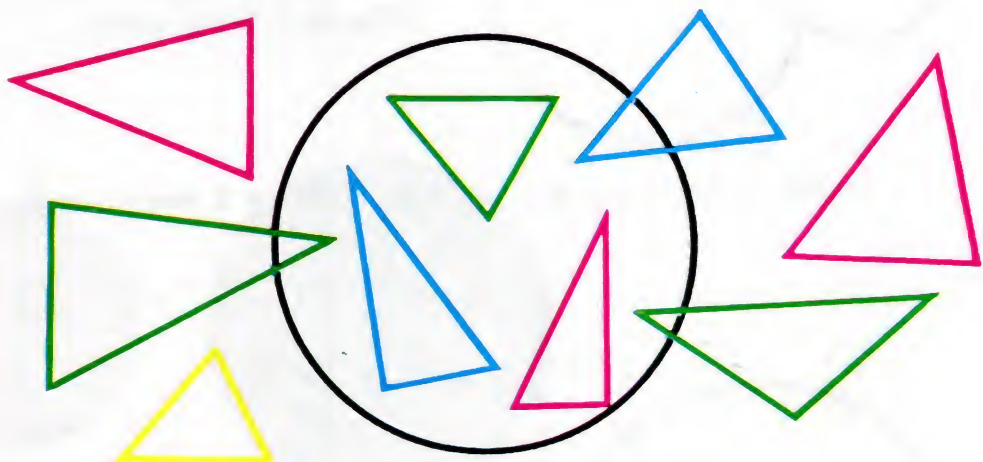
तुम भी कुछ ऐसी परिधियां खींचो जिनका केन्द्र एक ही हो।

क्या तुमने कभी ध्यान दिया है कि अगर पानी की समतल सतह पर (जैसे, झील में) एक पत्थर फेंका जाता है तो जो लहरें उठती हैं वे परिधियों के आकार की होती हैं और उनका केन्द्र एक ही होता है ?

3

ये परिधियां एक दूसरे को काट रही हैं। उन बिन्दुओं को दिखाओ जहां पर वे एक दूसरे को काट रही हैं। इन बिन्दुओं की संख्या कितनी है? तुम खुद भी एक दूसरे को काटती दो परिधियां खींचो।

4

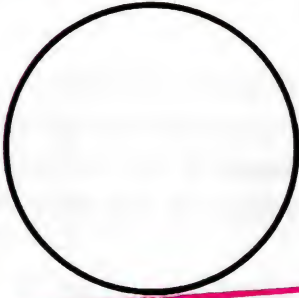
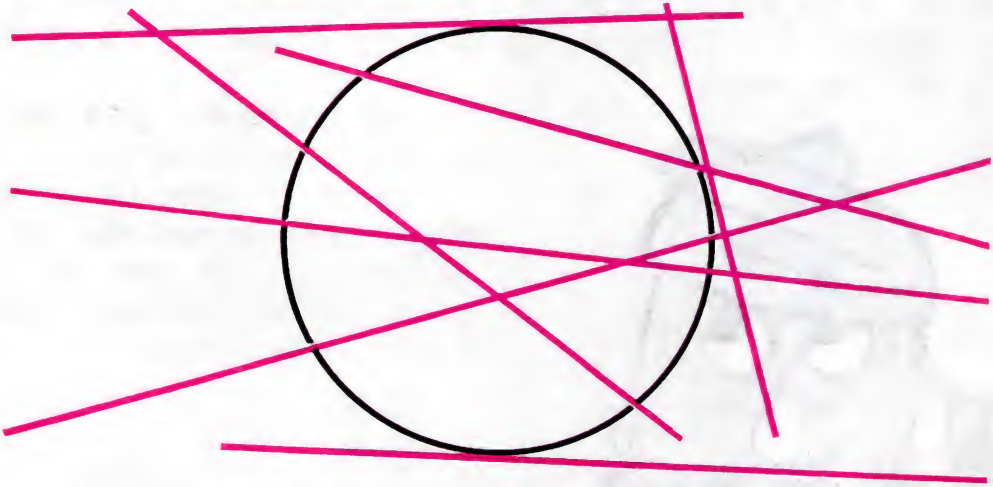
इस चित्र में त्रिभुज वृत्त के अंदर स्थित है और आयत वृत्त के बिल्कुल बाहर है।

और इस चित्र में वृत्त त्रिभुज के अंदर स्थित है और आयत त्रिभुज को काट रहा है।

गिनकर बताओ कि इस चित्र में कितने त्रिभुज वृत्त के अंदर हैं, कितने वृत्त को काट रहे हैं और कितने त्रिभुज पूरी तरह से वृत्त के बाहर हैं?

5

इस चित्र में त्रिभुज के तीनों शीर्ष वृत्त की परिधि पर स्थित हैं। इस प्रकार के त्रिभुज को अंतर्गत त्रिभुज कहते हैं। कुछ परिधियां खींचो और फिर प्रत्येक परिधि में एक अंतर्गत त्रिभुज बनाओ। और इस चित्र में एक अंतर्गत आयत दिखाया गया है। तुम भी एक अन्तर्गत आयत बनाओ।

6

इस चित्र में एक सरल रेखा परिधि को काट रही है।

और इस चित्र में – सरल रेखा परिधि को स्पर्श कर रही है।

गिन कर बताओ कि इस चित्र में कितनी सरल रेखायें परिधि को काट रही हैं? और कितनी परिधि को स्पर्श कर रही हैं?

एक परिधि खींचो और फिर उसको काटती हुई और स्पर्श करती हुई कुछ सरल रेखायें खींचो।

चारों दोस्त अगली बार जब इकट्ठे हुए तब लिख्खू बोला : – दोस्तो, अब मैं तुमको कहानी का आखिरी भाग सुनाता हूँ।

ज्यामिति के देश में बिन्दु

हवाई जहाज ऊपर उठने लगा और एक बार फिर रबड़ की तलाश में चल पड़ा।

सभी यात्री अब बड़े ध्यान से नीचे की ओर देख रहे थे कि शायद लुटेरा रबड़ कहीं दिखायी दे जाये। हवाई जहाज सड़कों, नदियों, नालों की विभिन्न रेखाओं के ऊपर उड़ रहा था, समय-समय पर दूर कहीं कोई शहर दिखाई दे जाता था। अचानक एक शहर हवाई जहाज के ठीक नीचे दिखायी दिया।

– देखो, देखो! – बिन्दु चिल्लाया। – शायद फिर कोई मजेदार शहर आ गया है : इस शहर में प्रत्येक चीज वृताकार है।

– हां, – त्रिभुज बोले। – यह वृत्तों का शहर है। निस्सन्देह, वहां हर चीज गोल होनी चाहिये। इस शहर में किताबें तक वृत्ताकार हैं और सब किताबों में अक्षर भी वृत्ताकार हैं।

बिन्दु अभी त्रिभुजों से वृत्तों के शहर के बारे में कुछ और पूछने जा ही रहा था कि अचानक परकार चिल्लाया :

– मुझे रबड़ दिखायी दे रहा है। देखो, वह सड़क पर भागा जा रहा है।

रबड़ पूरा दम लगाकर भाग रहा था पर हवाई जहाज ने उसको पछेल दिया। सब यात्री पैराशूट लेकर हवाई जहाज से नीचे कूद पड़े। जमीन पर पहुंचकर उन्होंने रबड़ को चारों ओर से घेर लिया।

रबड़ ने देखा कि बच निकलने का कोई रास्ता नहीं है। वह माफी मांगने लगा।

– नहीं, कभी नहीं! – सबने उससे कहा।

– हम तुम्हें ऐसे नहीं छोड़ेंगे। तुम्हें अपने किये की सजा भुगतनी पड़ेगी। तुम्हें

वह सरल रेखा दिखायी दे रही है? अगर तुम्हें मिटाने के काम में बड़ा मजा आता है, तो लो, तुम्हें इस सारी की सारी सरल रेखा को मिटाना है।

रबड़ के पास और कोई रास्ता नहीं था। उसे सरल रेखा को मिटाने का काम शुरू करना पड़ा। वह सरल रेखा को मिटाता रहा, मिटाता रहा और छोटा होता गया...। मिटाते-मिटाते रबड़ बहुत ही छोटा हो गया पर फिर भी सरल रेखा को वह पूरी तरह से न मिटा पाया।

वह हाथ जोड़ने लगा: – मुझे माफ कर दो, मुझे छोड़ दो। अब मैं कभी गंदे काम नहीं करूंगा। मैं मिटाने का काम तभी करूंगा जब मुझसे इसके लिये कहा जायेगा।

– ठीक है, हम तुम्हारा विश्वास करके तुम्हें छोड़ रहे हैं। तुम जा सकते हो।

उन्होंने रबड़ को छोड़ दिया और तब से ज्यामिति के देश में कभी किसीने कोई गलत काम नहीं किया। रबड़ मिटाने का काम तभी करता जब उसे ऐसा करने के लिये कहा जाता।

– बस, कहानी यहीं समाप्त होती है, – लिख्खू बोला।

– और हम सबकी पढ़ायी भी खत्म होती है।

—क्या हम ज्यामिति के बारे में सब कुछ जान गये हैं? —सदाखुश ने आश्चर्य में भरकर पूछा।

—क्या बात कह रहे हो, सदाखुश? निस्संदेह, नहीं। ज्यामिति तो बहुत गंभीर विज्ञान है, इसका पूरा अध्ययन एक बहुत बड़ा काम है। इसके लिये हमें बहुत कुछ पढ़ना पड़ेगा।

—अच्छा, यह तो बताओ हम फिर कभी ज्यामिति का अध्ययन करेंगे?

—जरूर करेंगे।

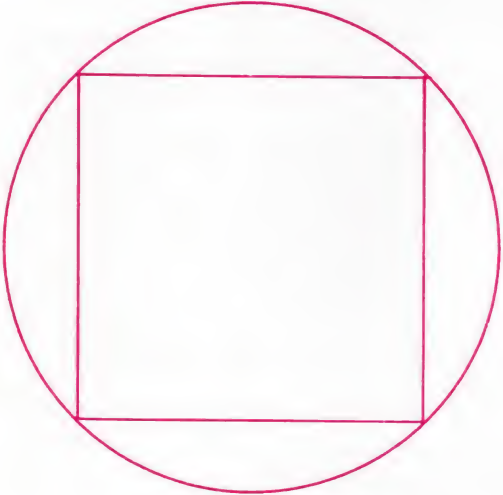
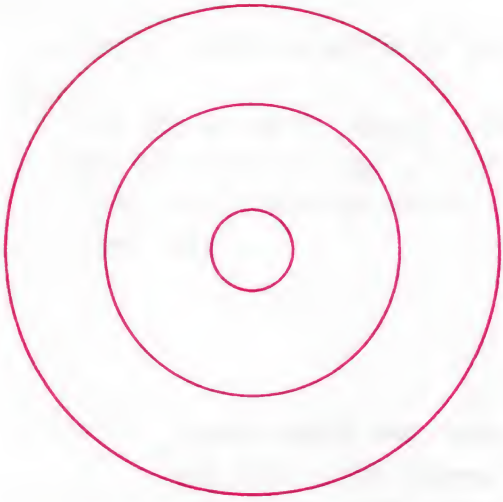
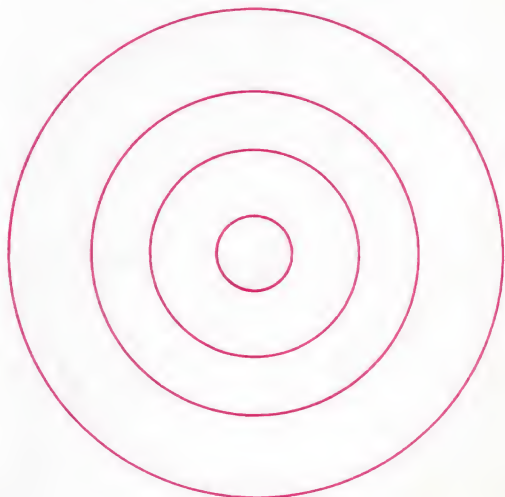
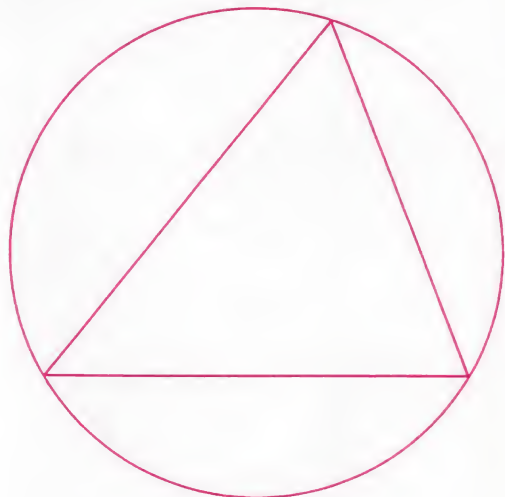
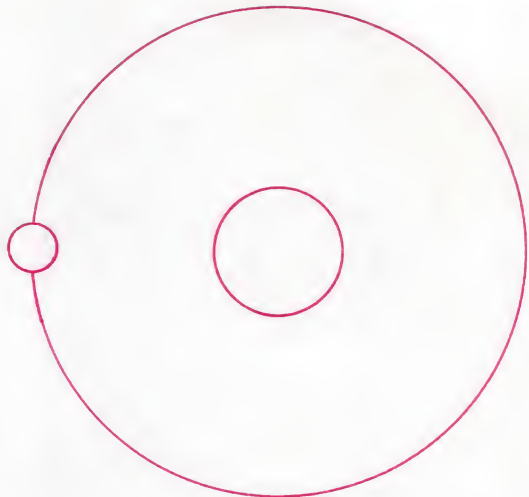
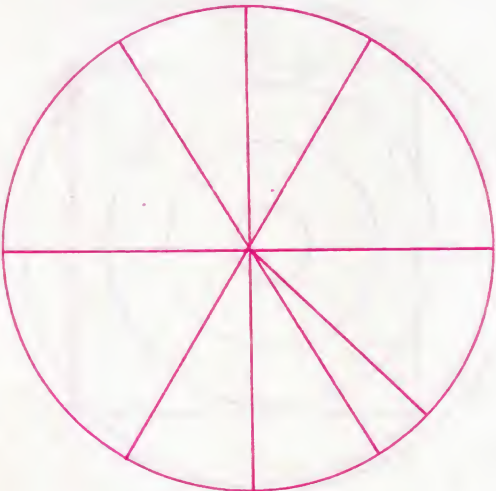
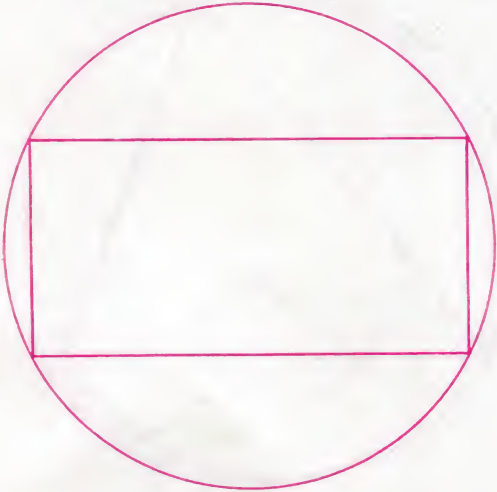
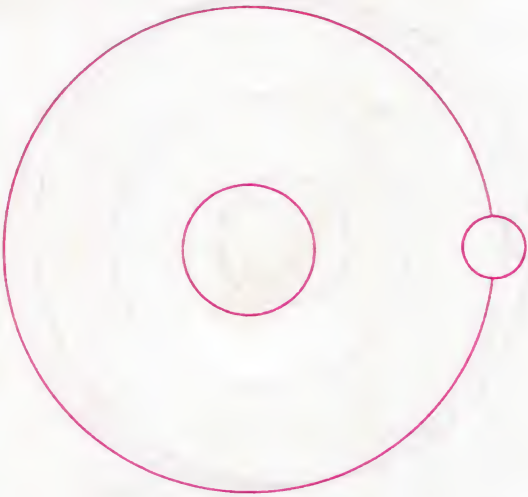
पाठकों से

"मीर" प्रकाशन इस पुस्तक के अनुवाद और डिज़ाइन सम्बन्धी आपके विचारों के लिए आपका अनुगृहीत होगा। आपके अन्य सुझाव प्राप्त करके भी हमें बड़ी प्रसन्नता होगी। कृपया हमें इस पते पर लिखिये :

"मीर प्रकाशन"
पेर्वी रीज़्स्की पेरेऊलोक, २
मास्को, सोवियत संघ।

रंग भरें

रंग भरें

रंग भरें

इस पुस्तक की सहायता से माता-पिता तथा नर्सरी स्कूल के अध्यापक सरल तथा मनोरंजक ढंग से बच्चों का ज्यामिति के विभिन्न सिद्धान्तों से परिचय करा सकते हैं। पुस्तक पढ़कर बच्चे अपने चारों ओर बिखरी ज्यामितिक आकृतियों को रचना समझ पायेंगे तथा विभिन्न ज्यामितिक प्रश्न सरलता से हल कर पायेंगे।

रंग-बिरंगी तस्वीरें बच्चों की विषय में रुचि बढ़ायेंगी तथा उनकी सहायता से वे ज्यामिति की दुनिया में प्रथम कदम रख पायेंगे।